

## РОЗДІЛ І. МЕХАНІКА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 528.3

DOI: 10.25140/2411-5363-2017-2(8)-9-19

*Сергій Крячок, Людмила Мамонтова, Юлія Щербак*

### ПРИВЕДЕННЯ ЛІНІЙ, ВИМІРЯНИХ РУЛЕТКОЮ ТА ЕЛЕКТРОННИМ ТАХЕОМЕТРОМ, ДО ОДНОГО МАСШТАБУ

**Актуальність теми дослідження.** Важливою складовою геодезичних робіт є вимірювання ліній. Лінійні вимірювання виконуються під час побудови геодезичних мереж, топографічних знімків, інженерно-геодезичних робіт. Тож забезпечення достовірних результатів лінійних вимірювань є актуальним завданням.

**Постановка проблеми.** Вимірювання можуть виконуватись різними приладами та різними методами. Щоб забезпечити принцип єдності вимірювань, кожен з приладів повинен пройти метрологічну атестацію. При цьому застосовуються процедура компарування, тобто порівняння відстані, виміряної геодезичним приладом з еталонною.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз літературних джерел показав, що еталонування приладів для лінійних вимірювань виконується на еталонних базисах. Такі базиси мають кілька відрізків, які виміряні з високою точністю та надійно закріплені на місцевості.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Однак, якщо за відсутності поблизу еталонного базису компарування провести неможливо, то доцільно привести вимірювання хоча б до масштабу одного з приладів. В подальшому можна провести еталонування лише цього приладу та через уточнений масштабний коефіцієнт виправити лінії, виміряні іншим приладом. Цим економляться кошти на недешеву процедуру компарування, яку виконують у центрах стандартизації та метрології.

**Постановка завдання.** Головною метою цієї роботи є приведення лінійних вимірювань, виконаних електронним тахеометром Trimble 3305 DR і рулеткою Inter Tool, до одного масштабу. Через значний обсяг матеріалів дана стаття висвітлює лабораторні вимірювання та опрацювання результатів, які стосуються рулетки Inter Tool. Подальші результати досліджень з використанням електронного тахеометра Trimble 3305 DR будуть наведені у наступних номерах журналу.

**Викладення основного матеріалу.** Вимірювання виконувались у лабораторії. Кінці лінії, яка вимірювалась, були зафіксовані спеціальними відліковими пристроями. Відлікові пристрої було встановлено в трегери, котрі закріплювались на стаціонарних металевих стовпах. На верхній площині відлікових пристроїв нанесені два взаємно перпендикулярних відлікових штрихи. Відстань вимірювалась між відліковими штрихами лівого і правого стовпчиків. Потім відлікові пристрої повертали на  $180^\circ$  та знову вимірювалась відстань. Це забезпечувало врахування ексцентриситету відлікових штрихів. Вказані вимірювання склали один прийом вимірювань. Між прийомами по лоту рулетки зсували на малу величину. Визначалось середнє значення відстані з кількох прийомів. У середнє значення вводились поправки за: приведення довжини рулетки від температури вимірювання  $+15^\circ\text{C}$  до  $+20^\circ\text{C}$ ; провисання полотна рулетки; приведення до горизонту.

У першому циклі виконано 10 прийомів вимірювання відстані між поділками рулетки 0,10 м та 4,49 м з визначенням кінцевого значення, яке дорівнює 4,37683 м. У другому циклі виконано 12 прийомів вимірювання відстані між поділками рулетки 4,40 м та 8,78 м з визначенням кінцевого значення, яке склало 4,37680 м.

Було виконано перевірку результатів вимірювань: на відповідність нормальному закону – за критерієм Колмогорова, на рівноточність – за  $F$  - критерієм, відсутності систематичних похибок – за критерієм Аббе.

Виконана оцінка точності вимірювання лінії з використанням рулетки.

**Висновки відповідно до статті.** Виконані два цикли вимірювання відстані за допомогою рулетки Inter Tool. Статистична перевірка рядів вимірювань показала відсутність систематичних похибок, відповідність нормальному розподілу результатів та рівноточність реалізації вимірювань у обох циклах. У середні значення виміряних відстаней кожного циклу було введено поправки за: відмінність температури вимірювання та номінальної температури  $+20^\circ\text{C}$ , перевищення кінців виміряної лінії, прогин полотна стрічки у повітрі. Кінцеве горизонтальне прокладення виміряної відстані визначено з середньою квадратичною похибкою 0,054 мм і дорівнює 4,37682 м.

**Ключові слова:** вимірювання відстаней; рулетка; електронний тахеометр; компарування вимірювальних приладів.

**Постановка проблеми.** Під час проведення геодезичних робіт та наукових досліджень інколи доводиться використовувати відстані, виміряні різними приладами або різними методами [1]. В ідеальному випадку кожен з приладів повинен пройти метрологічну атестацію. При цьому застосовується процедура компарування, тобто порівняння відстані, виміряної геодезичним приладом, з еталонною. Цю процедуру називають ще еталонуванням.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [2] наведено порядок еталонування світловіддалемірної частини електронних тахеометрів на багато центрових еталонних базисах довжиною від 1 до 3 км.

Стаття [3] присвячена калібруванню наземного лазерного сканера, який використовується для вирішення задач інженерної геодезії.

У роботі [4] наведено дослідження з метою калібрування лазерного сканера на короткому еталонованому геодезичному базисі, що має кілька інтервалів довжиною по 24 м. Середня квадратична похибка (СКП) визначення інтервалів базису становила 0,3 мм, а примусове центрування сканера та відбивача було виконано з похибкою не більше 0,3 мм.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Однак, якщо за відсутності поблизу еталонованого базису компарування неможливо провести, то щоб порівняти ті ж самі величини, виміряні різними приладами, або ж визначити невідому довжину як різницю довжин, виміряних різними приладами, потрібно хоча б привести такі вимірювання до одного масштабу. Наприклад, для визначення постійної поправки (сталої) електронного віддалеміра виконується порівняння відстаней, виміряних рулеткою та електронним віддалеміром чи електронним тахеометром [5]. Приведення до одного масштабу передбачає визначення масштабного коефіцієнта, користуючись яким відстань, виміряна одним приладом, приводиться у відповідність до довжини, яка виміряна або може бути виміряна іншим приладом. У подальшій перспективі можна провести компарування одного з двох приладів і не проводити компарування іншого. Цим економляться кошти на недешеву процедуру компарування, яку виконують у центрах стандартизації та метрології.

**Мета статі.** Головною метою цієї роботи є приведення лінійних вимірювань, виконаних електронним тахеометром Trimble 3305 DR і рулеткою Inter Tool, до одного масштабу. Через значний обсяг матеріалів ця стаття висвітлює лабораторні вимірювання та опрацювання результатів, які стосуються рулетки Inter Tool. Подальші результати досліджень будуть наведені у наступних номерах журналу.

**Виклад основного матеріалу.** Для вирішення поставленого завдання були проведені експериментальні дослідження. Їх сутність полягала у вимірюванні тієї самої відстані рулеткою Inter Tool та електронним тахеометром Trimble 3305 DR. Для проведення експериментальних робіт було вибрано лабораторію геодезії у навчальному корпусі № 22 Чернігівського національного технологічного університету.

Рулетку 1 (рис. 1) було розташовано знизу головки штатива та пристрою 2, який закріплювався у підставці та пригвинчувався до штатива. Пристрій 2 мав блок малого діаметра, через який полотно 3 рулетки під кутом, близьким до  $90^\circ$ , спрямовувалось до відлікових пристроїв 4 та 5, встановлених у підставці, які було закріплено гвинтами до стовпчиків  $s_4$  та  $s_2$ . Кінець рулетки було закріплено за допомогою струбцини до верхньої поверхні стовпчика  $s_1$  через гумові прокладки. До рулетки було прикріплено тягар, вагою 5 кілограмів. Таку вагу було вибрано тому, що, наприклад, для прив'язки до стінних знаків з використанням рулетки, натяг полотна рулетки у 5 кілограмів є оптимальним як для натягу полотна рулетки, так і для утримання рулетки вручну нерухомою відносно центрів знаків. Закріпні гвинти підставок на стовпчиках  $s_2$  та  $s_4$  розташовувались перпендикулярно до полотна рулетки. Відлікові пристрої 4 та 5 (рис. 1) мають вигляд циліндра 7, у верхній частині якого розташована кругла платівка (рис. 2) з нанесеними різцем через її центр двох тонких відлікових ліній 8 під кутом  $90^\circ$  одна відносно одної та залитих тонким шаром чорної фарби. Підставки (рис. 1) на стовпчиках  $s_2$  та  $s_4$  були попередньо відгоризнтовані за допомогою електронного тахеометра.

Технологія вимірювання контрольної відстані рулеткою включала:

- 1) орієнтування відлікових ліній відлікових пристроїв паралельно торцю полотна рулетки та закріплення відлікових пристроїв закріпними гвинтами підставок;
- 2) взяття відліків за рулеткою по правому та лівому відліковим пристроям (стовпчик  $s_2$  та  $s_4$ ) відносно відлікових ліній, які перпендикулярні торцю полотна рулетки;
- 3) відкріплення закріпних гвинтів підставок, повороту відлікових пристроїв на  $180^\circ$ , закріплення закріпних гвинтів підставок та взяття відліків за рулеткою по право-

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

му та лівому відліковим пристроям відносно відлікових ліній (щоб врахувати ексцентричність відлікових ліній відносно осі обертання відлікових пристроїв);

4) відкріплення струбцини на стовпчику s1, зсув полотна рулетки на малу величину та закріплення її струбциною до стовпчика s1.



Рис. 1. Вимірювання відстані за допомогою рулетки у першому циклі

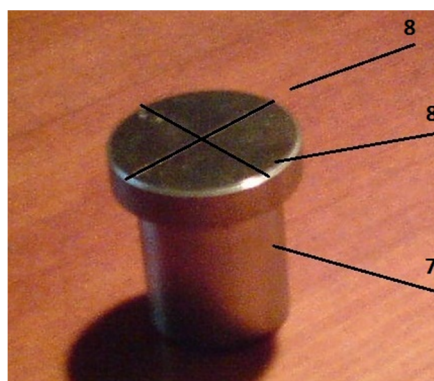


Рис. 2. Відліковий пристрій

Пункти 1–3 склали один прийом вимірювання, а між прийомами виконувались дії за пунктом 4. Для збільшення точності відлічування за рулеткою використовувалась лупа зі збільшенням  $3,5^{\times}$ . Була визначена температура на початку та у кінці вимірювань. Виконано тригонометричне нівелювання електронним тахеометром Trimble 3305 вершу відлікових пристроїв та середини полотна рулетки – для приведення вимірювань до горизонту та визначення стрілки прогину полотна. Температура під час вимірювань становила  $+15^{\circ}\text{C}$ .

Результати вимірювань наведені у табл. 1, 2. У другому та третьому стовпчиках наведені відліки за рулеткою по лівому відліковому пристрою, а у п'ятому та шостому стовпчиках – по правому відліковому пристрою для двох діаметрально протилежних

положень відлікових ліній. Виконано 10 прийомів вимірювань та визначено середнє значення. Обчислені та введені поправки:

- за температуру – приведення довжини стрічки рулетки до +20 °С

$$\Delta_t = 12,5 \cdot 10^{-5} (15 - 20) 4,37712 = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \quad (1)$$

де  $12,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1/1^\circ \text{C}$  – температурний коефіцієнт лінійного розширення сталі;

- за перевищення відлікових пристроїв на стовпчиках s2 та s4 (приведення до горизонту)

$$\Delta_h = -\frac{(0,0072)^2}{2 \cdot 4,37712} = -6 \cdot 10^{-6} \approx -0,00001 \text{ м}, \quad (2)$$

де 0,0072 м – перевищення відлікового пристрою на стовпчиках s4 над відліковим пристроєм на стовпчику s2.

Таблиця 1

*Результати вимірювання відстані s2 – s4 за допомогою рулетки у першому циклі*

№	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_1 - l_2$	$n_1, \text{ м}$	$n_2, \text{ м}$	$n_1 - n_2$	$\frac{l_1 + l_2}{2}$	$\frac{n_1 + n_2}{2}$
1	0,1055	0,1059	-0,0004	4,4827	4,4831	-0,0004	0,10570	4,48290
2	0,1074	0,1069	0,0005	4,4845	4,4841	0,0004	0,10715	4,48430
3	0,1070	0,1074	-0,0004	4,4843	4,4846	-0,0003	0,10720	4,48445
4	0,1071	0,1067	0,0004	4,4843	4,4839	0,0004	0,10690	4,48410
5	0,1070	0,1074	-0,0004	4,4842	4,4846	-0,0004	0,10720	4,48440
6	0,1080	0,1084	-0,0004	4,4851	4,4848	0,0003	0,10820	4,48495
7	0,1076	0,1080	-0,0004	4,4849	4,4852	-0,0003	0,10780	4,48505
8	0,1082	0,1086	-0,0004	4,4854	4,4850	0,0004	0,10840	4,48520
9	0,1078	0,1081	-0,0003	4,4850	4,4853	-0,0003	0,10795	4,48515
10	0,1042	0,1038	0,0004	4,4814	4,4810	0,0004	0,10400	4,48120
$\Sigma$	1,0698	1,0712	-0,0014	44,8418	44,8416	0,0002	1,07050	44,84170
$\Sigma/10$	0,10698	0,10712	-0,00014	4,48418	4,48416	0,00002	0,10705	4,48417
сер.	0,10705			4,48417				
$S_{24}^P$	4,37712 м						4,37712	
Середнє значення							4,37712	
Поправка за температуру $\Delta_t$							-0,00027	
Поправка за перевищення кінців стрічки $\Delta_h$							-0,00001	
Поправка за прогин стрічки $\Delta_{\cup}$							-0,00001	
Горизонтальне прокладення $D_{24}^P$							4,37683	

Згідно з [6] подвійний радіус  $2R$  прогину полотна стрічки визначається через стрілку прогину  $f$  та довжину дуги  $l$  (рис. 3) за формулою

$$2R = f + \frac{l^2}{4f}. \quad (3)$$

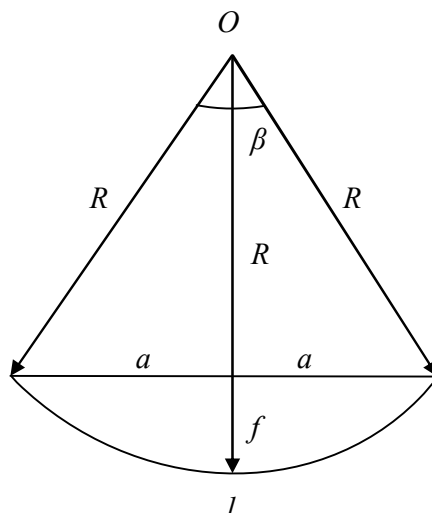


Рис. 3. До визначення радіуса прогину стрічки

Таблиця 2

Результати вимірювання відстані s2 – s4 за допомогою рулетки у другому циклі

№	l <sub>1</sub> , м	l <sub>2</sub> , м	l <sub>1</sub> – l <sub>2</sub>	n <sub>1</sub> , м	n <sub>2</sub> , м	n <sub>1</sub> – n <sub>2</sub>	$\frac{l_1 + l_2}{2}$	$\frac{n_1 + n_2}{2}$
1	4,39940	4,39980	-0,0004	8,7766	8,7770	-0,0004	4,39960	8,77680
2	4,40430	4,40380	0,0005	8,7812	8,7809	0,0003	4,40405	8,78105
3	4,40670	4,40720	-0,0005	8,7837	8,7841	-0,0004	4,40695	8,78390
4	4,4103	4,40980	0,0005	8,7872	8,7868	0,0004	4,41005	8,78700
5	4,4105	4,4110	-0,0005	8,7877	8,7881	-0,0004	4,41075	8,78790
6	4,4141	4,4145	-0,0004	8,7910	8,7906	0,0004	4,41430	8,79080
7	4,4150	4,4156	-0,0006	8,7922	8,7926	-0,0004	4,41530	8,79240
8	4,4183	4,4179	0,0004	8,7953	8,7949	0,0004	4,41810	8,79510
9	4,4219	4,4223	-0,0004	8,7992	8,7996	-0,0004	4,42210	8,79940
10	4,4257	4,4251	0,0006	8,8029	8,8025	0,0004	4,42540	8,80270
11	4,4302	4,4307	-0,0005	8,8077	8,8079	-0,0002	4,43045	8,80780
12	4,4321	4,4316	0,0005	4	8,8089	0,0003	4,43185	8,80905
Σ	52,9885	52,9893	-0,0008	105,5139	105,5139	0,0000	52,9889	105,5139
Σ/12	4,41571	4,41578	-0,00007	8,79283	8,79283	0,00000	4,41574	8,79283
сер.	4,41574			8,79283				
S <sub>24</sub> <sup>P</sup>	4,37709						4,37709	
Середнє значення							4,37709	
Поправка за температуру Δ <sub>t</sub>							-0,00027	
Поправка за перевищення кінців стрічки Δ <sub>h</sub>							-0,00001	
Поправка за прогин стрічки Δ <sub>с</sub>							-0,00001	
Горизонтальне прокладення D <sub>24</sub> <sup>P</sup>							4,37680 м	

Дузі l буде відповідати центральний кут beta, який з урахуванням формули (3) дорівнює

$$\beta = \frac{360^\circ l}{2\pi R} = \frac{360^\circ}{\pi \left( \frac{f}{l} + \frac{l}{4f} \right)} \tag{4}$$

Довжина хорди 2a (рис. 3) з урахуванням (3) і (4) становить

$$2a = 2R \sin \frac{\beta}{2} = \left( f + \frac{l^2}{4f} \right) \sin \left[ \frac{180^\circ}{\pi \left( \frac{f}{l} + \frac{l}{4f} \right)} \right] \quad (5)$$

Поправка за прогин у довжину, виміряну рулеткою, визначається за формулою

$$\Delta_{\cup} = 2a - l = \left( f + \frac{l^2}{4f} \right) \sin \left[ \frac{180^\circ}{\pi \left( \frac{f}{l} + \frac{l}{4f} \right)} \right] - l. \quad (6)$$

Стрілка прогину визначається за результатами тригонометричного нівелювання верху відлікових пристроїв на стовпчиках s2 та s4 і середини полотна стрічки та складає  $f = 0,00380$  м, а дуга, з урахуванням поправки за температуру, становить (табл. 1)  $l = 4,37685$  м. Тоді поправка за прогин стрічки, згідно з формулою (6), дорівнює  $\Delta_{\cup} = -0,0000088 \approx -0,00001$  м (табл. 1).

У такий спосіб було визначено відстань між осями втулок підставок, закріплених на стовпчиках s2 та s4 на інтервалі рулетки від 0,1 м до 4,4 м, що склало перший цикл вимірювань.

У другому циклі було визначено відстань між тими ж осями втулок, закріплених на стовпчиках s2 та s4, але на інтервалі рулетки від 4,4 м до 8,7 м (табл. 2).

Різниця відстаней між осями втулок підставок, закріплених на стовпчиках s2 та s4 та визначених у першому 4,37683 м та другому 4,37680 м циклах, становила  $-0,00003$  м, тобто 0,03 мм, що для середнього значення  $D_{24}^p = 4,37682$  м у відносній мірі становить 1:146000.

Для визначення відповідності рядів вимірювань відстані  $S_{24}^p$  нормальному розподілу було використано критерій Колмогорова. Для кількості вимірювань  $n \leq 30$  статистичний ряд опрацьовується за таким порядком. Визначається відхилення  $z_i$  кожного з вимірювань  $x_i$  від середнього значення  $\bar{X}$  у нормованому вигляді для СКП одного вимірювання  $m$

$$z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{m}. \quad (7)$$

Обчислюються значення емпіричної функції розподілу  $\bar{F}(z_i)$  для порядкового номера  $i$  нормованого відхилення  $z_i$

$$\bar{F}(z_i) = \frac{i - 0,5}{n}. \quad (8)$$

Теоретичне значення нормованої функції розподілу визначається за формулою для табличних значень  $\Phi(z_i)$  [7]

$$F(z_i) = 0,5 + \Phi(z_i). \quad (9)$$

Визначаються різниці  $D_i$

$$D_i = \bar{F}(z_i) - F(z_i). \quad (10)$$

Гіпотеза про нормальний розподіл емпіричного статистичного ряду підтверджується, коли  $|D_{msx}|$  є меншим за  $D_q$ , яке є табличним значенням [7].

Обчислення за критерієм Колмогорова наведено в табл. 3 і 4.

Таблиця 3

Критерій Колмогорова для результатів вимірювання відстані  $S_{24}^P$  у першому циклі

№	$z_i$	$\bar{F}(z_i)$	$F(z_i)$	$D_i$	№	$z_i$	$\bar{F}(z_i)$	$F(z_i)$	$D_i$
1	-1,9	0,05	0,0287	0,0213	6	0,5	0,55	0,692	-0,142
2	-1,6	0,15	0,0548	0,0952	7	0,5	0,65	0,692	-0,042
3	-0,5	0,25	0,308	-0,058	8	0,5	0,75	0,692	0,058
4	0,3	0,35	0,618	-0,268	9	0,8	0,85	0,788	0,062
5	0,5	0,45	0,692	-0,242	10	0,8	0,95	0,788	0,162

$m = 0,1856$  мм;  $|D_{msx}| = 0,268$ ;  $D_q = 0,41$ ;  $|D_{msx}| < D_q$ .

Таблиця 4

Критерій Колмогорова для результатів вимірювання відстані  $S_{24}^P$  у другому циклі

№	$z_i$	$\bar{F}(z_i)$	$F(z_i)$	$D_i$	№	$z_i$	$\bar{F}(z_i)$	$F(z_i)$	$D_i$
1	-2,5	0,3	0,067	0,233	7	0,3	0,542	0,618	-0,076
2	-0,6	0,5	0,274	0,226	8	0,5	0,625	0,691	-0,066
3	-0,6	0,5	0,274	0,226	9	0,5	0,708	0,691	0,017
4	-0,3	1	0,382	0,618	10	1	0,792	0,841	-0,049
5	-0,3	1	0,382	0,618	11	1	0,875	0,841	0,034
6	0,10	1,2	0,5	0,700	12	1,2	0,958	0,885	0,073

$m = 0,2309$  мм;  $|D_{msx}| = 0,149$ ;  $D_q = 0,38$ ;  $|D_{msx}| < D_q$ .

Необхідно визначити рівноточність рядів вимірювання відстані  $S_{24}^P$  у першому та другому циклах, оскільки ці ряди будуть використані сумісно для визначення середнього значення  $D_{24}^P$ . Для цього застосовано  $F$ -критерій, згідно з яким [7] для кожного з рядів обчислюються вибіркові дисперсії  $m_1^2$  та  $m_2^2$  і за умови  $m_1^2 > m_2^2$  обчислюється співвідношення

$$F = \frac{m_1^2}{m_2^2}. \tag{11}$$

З таблиць [7] за числом ступеня волі  $k_1 = n_1 - 1$  та  $k_2 = n_2 - 1$  і рівнем значності  $q = 1 - P$ , що відповідає обраній довірчій ймовірності  $P$ , вибирається статистика  $F_q$ . Ряди будуть рівноточні, коли

$$F \leq F_q. \tag{12}$$

У такому випадку для  $m_1^2 = 0,0533$  – другого циклу вимірювань та  $m_2^2 = 0,0344$  – першого циклу (таблиці 5 та 6) за формулою (11) розраховується значення  $F = 1,55$  та для  $n_1 = 11$ ,  $n_2 = 9$ ,  $q = 1 - 0,95$  за таблицями [7] знайдено  $F_q = 3,0$ . Оскільки  $F < F_q$ , то обидва ряди вважаються рівноточними.

Для визначення наявності чи відсутності систематичних похибок у рядах вимірювання відстані було використано критерій Аббе. Для цього визначаються різниці

$$d = S_{i+1} - S_i. \tag{13}$$

Обчислюється дисперсія

$$m_d = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2. \tag{14}$$

Визначається вибіркова статистика для вибіркової дисперсії  $m^2$

$$\delta = \frac{m_d^2}{m^2}. \tag{15}$$

Систематична похибка у ряді вимірювань відсутня, якщо виконується нерівність

$$\delta > \delta_q. \tag{16}$$

Результати розрахунків за формулами (13)–(15), наведені в табл. 5 і 6. Тоді у першому циклі вимірювань відстані для  $n=10$  та  $q=0,05$  табличне значення критерію дорівнює  $\delta_q = 0,53$  [7]. З табл. 5 видно, що  $\delta > \delta_q$ , тобто систематична похибка відсутня. У другому циклі вимірювань для  $n=12$  і  $q=0,05$  табличне значення  $\delta = 0,56$ . З табл. 6 видно, що  $\delta > \delta_q$  - систематична похибка відсутня і у другому ряді вимірювань.

Таблиця 5

Результати обчислення відстані  $S_{24}^P$  у першому циклі та розрахунки до критерію Аббе

№	$S_i$ , м	$d$ , мм	$d^2$ , мм <sup>2</sup>	№	$S_i$ , м	$d$ , мм	$d^2$ , мм <sup>2</sup>
1	4,37720	-0,05	0,0025	6	4,37675	0,5	0,25
2	4,37715	0,1	0,01	7	4,37725	-0,45	0,2025
3	4,37725	-0,25	0,0625	8	4,37680	0,4	0,16
4	4,37700	0,2	0,04	9	4,37720	0	0
5	4,37720	-0,45	0,2025	10	4,37720	-0,1	0,93

$$d = S_{i-1} - S_i; m_{S_{24}}^P = 0,1856 \text{ мм}; m_d^2 = 0,05167 \text{ мм}^2; \delta = 1,50$$

Таблиця 6

Результати обчислення відстані  $S_{24}^P$  у другому циклі та розрахунки до критерію Аббе

№	$S_i$ , м	$d$ , мм	$d^2$ , мм <sup>2</sup>	№	$S_i$ , м	$d$ , мм	$d^2$ , мм <sup>2</sup>
1	4,37720	0,2	0,04	7	4,37710	0,1	0,01
2	4,37700	0,05	0,0025	8	4,37700	-0,3	0,09
3	4,37695	0	0	9	4,37730	0	0
4	4,37695	-0,2	0,04	10	4,37730	-0,05	0,0025
5	4,37715	0,65	0,4225	11	4,37735	0,15	0,0225
6	4,37650	-0,6	0,36	12	4,37720	0	0,9900

$$d = S_{i+1} - S_i; m_{S_{24}}^P = 0,2309 \text{ мм}; m_d^2 = 0,04500 \text{ мм}^2; \delta = 0,844$$

Для оцінки точності вимірювання лінії  $S_{24}$  з використанням рулетки застосована формула визначення окремого значення  $S_{24}$  у табл. 1 і 2

$$S_{24}^P = \frac{n_1 + n_2}{2} - \frac{l_1 + l_2}{2}. \quad (17)$$

Після диференціювання формули (20) та переходу до СКП з урахуванням  $m_{n_1} = m_{n_2} = m_n$  та  $m_{l_1} = m_{l_2} = m_l$  СКП вимірювання лінії  $S_{24}^P$  з використанням рулетки має вигляд

$$m_{S_{24}^P} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_n^2 + m_l^2}. \quad (18)$$

Значення  $m_n$  та  $m_l$  визначаються за різницям  $d_R = (n_1 - n_2)$  та  $d_L = (l_1 - l_2)$ . Для цього визначається наявність чи відсутність систематичної похибки у різницях  $d_R$  та  $d_L$  за критерієм [7]

$$|\sum d| \leq 2,5 \sum |d| / \sqrt{n}. \quad (19)$$

З табл. 1 визначаються  $|\sum d_L| = 1,4$  мм,  $\sum |d_L| = 4$  мм,  $n=10$ , то ж за формулою (19)  $1,4$  мм  $<$   $3,2$  мм – систематична похибка у  $d_L$  відсутня. Аналогічно,  $|\sum d_R| = 0,2$  мм,  $\sum |d_R| = 3,7$  мм,  $n=10$ , за формулою (19)  $0,2$  мм  $<$   $2,9$  мм – систематична похибка у  $d_R$  відсутня. З табл. 2 визначено:  $|\sum d_L| = 0,8$  мм,  $\sum |d_L| = 5,8$  мм,  $n=12$ , то ж за формулою (19)  $0,8$  мм  $<$   $4,2$  мм – систематична похибка у  $d_L$  відсутня. Далі,  $|\sum d_R| = 0,0$  мм, тобто систематична похибка відсутня. З огляду на відсутність систематичних похибок у рядах



визначень різниць  $d_R = (n_1 - n_2)$  та  $d_L = (l_1 - l_2)$  можна говорити про те, що відлікові лінії, відносно яких виконувались визначення згаданих різниць, нанесені без ексцентриситету на верхніх площинах відлікових пристроїв (рис. 2). СКП відліку відносно відлікових ліній обчислюється за формулою

$$m_{L(II)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}. \quad (20)$$

Позначимо у формулі (18)  $m_{S_{24}^P} = m_{S_1}$  – для першого туру вимірювання  $S_{24}^P$  та  $m_{S_{24}^P} = m_{S_2}$  – у другому турі вимірювання  $S_{24}^P$ . Тоді формула (18) набуде вигляду

$$m_{S_1(S_2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_n^2 + m_n^2}. \quad (21)$$

СКП середнього значення відстані  $S_{24}^P$ , визначеного у першому або другому циклах, дорівнює

$$m_{S_{1,cep}(S_{2,cep})} = \frac{m_{S_1(S_2)}}{\sqrt{n}}. \quad (22)$$

За даними табл. 1:  $\sum d_L = 1,62 \text{ мм}^2$  та  $\sum d_R = 1,32 \text{ мм}^2$ ,  $n = 10$ . Тоді за формулою (20)  $m_n = 0,2846 \text{ мм}$ ,  $m_n = 0,2569 \text{ мм}$ , а за формулою (21)  $m_{S_1} = 0,2711 \text{ мм}$ , за формулою (22)  $m_{S_{1,cep}} = 0,0857 \text{ мм}$ . За даними табл. 2:  $\sum d_L = 2,51 \text{ мм}^2$  та  $\sum d_R = 0,93 \text{ мм}^2$ ,  $n = 12$ . Тоді за формулою (20)  $m_n = 0,3234 \text{ мм}$ ,  $m_n = 0,1969 \text{ мм}$ , а за формулою (21)  $m_{S_2} = 0,2677 \text{ мм}$ , за формулою (22)  $m_{S_{2,cep}} = 0,0667 \text{ мм}$ .

Оскільки у першому циклі відстань  $S_{24}$  вимірювалась рулеткою 10 разів, а у другому циклі 12 разів, то отримані середні значення у циклах можуть бути нерівноточними. Однак за  $F$ -критерієм середні значення у циклах приймаються рівноточними. Тому за кінцеве значення приймається середнє з горизонтальних прокладень у циклах, яке дорівнює  $D_{24}^P = 4,37682$ . Його СКП визначається за формулою

$$M_{D_{24}^P} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{S_{1,cep}}^2 + m_{S_{2,cep}}^2}. \quad (23)$$

Для наведених СКП середніх значень у першому та другому циклах можна тримати з (23) СКП кінцевого значення горизонтального прокладення  $M_{D_{24}^P} = 0,054 \text{ мм}$ .

**Висновки.** Виконані два цикли вимірювання відстані за допомогою рулетки Inter Tool. Проведена статистична перевірка рядів вимірювань, яка показала відсутність систематичних похибок у рядах вимірювань, відповідність нормальному розподілу результатів та рівноточність реалізацій вимірювань у обох циклах. У середні значення вимірюваних відстаней кожного циклу було введено поправки за: температуру, за перевищення кінців вимірюваної лінії, за прогин полотна стрічки у повітрі. У підсумку визначені горизонтальні прокладення відстані у кожному циклі та кінцеве значення горизонтального прокладення 4,37682 м, середня квадратична похибка (СКП) якого становить 0,054 мм.

#### Список використаних джерел

1. Бринь М. Я. Про обґрунтування параметрів теодолітних ходів під час виконання кадастрових зйомок / М. Я. Бринь, В. М. Іванов, Ю. В. Щербак // Технічні науки та технології : науковий журнал. – 2015. – № 1 (1). – С. 230–233.
2. Тревого І. С. Геодезичні прилади. Практикум : навч. посіб. / І. С. Тревого, Т. Г. Шевченко, О. І. Мороз. – 3-тє вид., переробл. та доповн. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 240 с.

3. Reshetyuk Yu. Calibration of terrestrial laser for the purposes of geodetic engineering, Paper presented to 3<sup>rd</sup> IAG/12<sup>th</sup> FIG Symposium, Baden, May 22-24, 2006. – 9 p. Retrieved from : [http://www.fig.net/commission6/baden\\_2006/PDF/LS1/Reshetyuk.pdf](http://www.fig.net/commission6/baden_2006/PDF/LS1/Reshetyuk.pdf).

4. Кафтан В. И. Калибровка лазерного сканера на коротком эталонном геодезическом базисе / В. И. Кафтан, В. М. Никифоров // Геодезия и картография. – 2012. – № 5. – С. 14–19.

5. Крячок С. Д. До визначення постійної поправки електронними віддалемірами / С. Д. Крячок // Вісник геодезії та картографії. – 2015. – № 2. – С. 4–7.

6. Халугин Е. И. Цифровые карты / Е. И. Халугин, Е. А. Жалковский, Н. Д. Жданов ; под ред. Е. И. Халугина. – М. : Недра, 1992. – 419 с.

7. Войтенко С. П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів : навчальний посібник / С. П. Войтенко. – К. : КНУБА, 2003. – 216 с.

### References

1. Bryn, M.Ya., Ivanov, V.M., Shcherbak, Yu.V. (2015). Pro obgruntuvannia parametriv teodolitnykh khodiv pid chas vykonannia kadastryvkh ziomok [The substantiation of parameters of theodolite lines when performing cadastral survey]. *Tekhnichni nauky ta tekhnolohii – Technical sciences and technologies*, no. 1 (1), pp. 230–233 (in Ukrainian).

2. Trevoho, I.S., Shevchenko, T.H., Moroz, O.I. (2012). *Heodezychni prylady. Praktykum [Geodetic devices. Practicum]* (3<sup>rd</sup> ed., rev. and enl.). Lviv: Publisher Lviv Polytechnic (in Ukrainian).

3. Reshetyuk, Yu. (2006). Kalibrovka nazemnogo lazera dlya tseley geodezicheskoy inzhenerii [Calibration of terrestrial laser for the purposes of geodetic engineering]. Proceedings from 3<sup>rd</sup> IAG/12<sup>th</sup> FIG Symposium (Baden, May 22-24, 2006). Retrieved from [http://www.fig.net/commission6/baden\\_2006/PDF/LS1/Reshetyuk.pdf](http://www.fig.net/commission6/baden_2006/PDF/LS1/Reshetyuk.pdf).

4. Kaftan, V.Y. & Nykyforov, V.M. (2012). Kalibrovka lazernogo skanera na korotkom etalonnom geodezicheskomo bazise [Calibration of a laser scanner on a short reference geodetic basis]. *Heodezyia y kartohrafiya – Geodesy and cartography*, no. 5, pp. 14–19 (in Russian).

5. Kriachok, S.D. (2015). Do vyznachennia postiinoi popravky elektronnyimi viddalemiramy [To determine the constant correction electronic rangefinders]. *Visnyk heodezii ta kartohrafiy – Journal of geodesy and cartography*, no. 2, pp. 4–7 (in Ukrainian).

6. Khalugin, E.I. (ed.), Zhalkovskiy, E.A., Zhdanov, N.D. (1992). *Tsifrovye karty [Digital maps]*. Moscow: Nedra (in Russian).

7. Voitenko, S.P. (2003). *Matematychna obrobka heodezychnykh vymiriv. Teoriia pokhybok vymiriv [Mathematical processing of geodetic measurements. The theory error of measurements]*. Kyiv: KNUBA (in Ukrainian).

Serhiy Kryachok, Lyudmila Mamontova, Yuliya Shcherbak

## BRINGING LINES, WHICH WERE MEASURED BY ROULETTE AND ELECTRONIC TOTAL STATION, TO ONE SCALE

**Urgency of the research.** Lines measurement is an important part of geodetic works. Linear measurements performed during the construction of geodetic networks, topographic survey, engineering and geodetic works. Therefore, ensuring reliable results linear measurement is an urgent task.

**Target setting.** Measurements can be performed by different devices and different methods. To ensure the principle of unity of measurements each device must undergo metrological certification. In this case a comparison procedure is used. That is a comparison of the distance measured by the geodetic device with the reference one.

**Actual scientific researches and issues analysis.** Analysis of literary sources showed that standardizing devices for linear measurements is performed on the calibration base-line. Such bases-lines have several line segments that are measured accurately and securely mounted on the locality.

**Uninvestigated parts of general matters defining.** However, if no calibration base-line of comparison is possible, it is expedient to bring the measure to scale at least one of the devices. Further, it is possible to standardize only this device and updated using a scale factor to correct the line, measured by another device. This saved money on an expensive procedure of comparison which is performed in the centres of standardization and metrology.

**The research objective.** The main purpose of this work is to bring linear measurements made by Trimble 3305 DR electronic total station and Inter Tool tape measure to one scale. Due to the considerable volume of materials this article highlights the laboratory measurements and processing of results concerning the Inter Tool tape measure. Further studies using Trimble 3305 DR electronic total station will be given in the following issues of the journal.

**The statement of basic materials.** Measurements were performed in the laboratory. The ends of the line that was measured were recorded by special readout devices. Readout devices were installed in the levelling head which were fixed on the stationary metal poles. On the upper plane readout devices applied two mutually perpendicular readout strokes. The distance measured between the readout touches of left and right columns. Then readout devices were returned through 180°

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

and measured distance again. This provided the inclusion of the eccentricity of readout strokes. These measurements made one receiving measurement. Between the receivings the canvas of the tape measure was changed to a small size. The average value of the distances of several receiving was determined. The average value of amendments was introduced by bringing the length of tape measure from the measurement temperature  $+15^{\circ}\text{C}$  to  $+20^{\circ}\text{C}$ ; sagging cloth tape measure; bringing to the horizon.

In the first cycle 10 receiving measuring the distance between divisions tape measures 0.10 m and 4.49 m with determination the final value, that is equal 4.37683 m were made. In the second cycle 12 receiving measuring the distance between divisions tape measures 4,40 m and 8,78 m with determination the final value, which amounted to 4.37680 m were made.

The results of measurements were checked for compliance with normal law by the Kolmogorov criterion, on equal accuracy by F-criterion, absence of systematic errors by Abbe criterion.

Evaluation of accuracy the measurement line using tape measures was made.

**Conclusions.** Two cycles of distance measurement with Inter Tool tape measure were performed. Statistical verification of ranks of measurements showed the absence systematic errors, matching the normal distribution of results and equal measurements accuracy implementations in both cycles. In the mean values measured distances each cycle was introduced amendment by the difference in temperature measurement and the nominal temperature  $+20^{\circ}\text{C}$ , exceeding measured ends of lines, cloth tape sag in the air. The final horizontal laying measured distance was determined with an average quadratic error of 0.054 mm and equal 4.37682 m.

**Key words:** measuring distances, roulette, electronic total station, the calibration of measuring instruments.

Сергей Крячок, Людмила Мамонтова, Юлия Щербак

## ПРИВЕДЕНИЯ ЛИНИЙ, ИЗМЕРЕННЫХ РУЛЕТКОЙ И ЭЛЕКТРОННЫМ ТАХЕОМЕТРОМ, К ОДНОМУ МАСШТАБУ

Описана методика приведения линий, измеренных рулеткой и тахеометром, к одному масштабу. В экспериментальном исследовании была использована рулетка Inter Tool и электронный тахеометр Trimble 3305 DR. Сущность эксперимента заключалась в многократном измерении одной и той же линии рулеткой и тахеометром и последующим расчетом масштабного коэффициента. В статье приводится первая часть измерений с использованием рулетки. Результаты измерений подлежали выявлению постоянной погрешности по критерию Аббе и соответствия нормальному распределению по критерию Колмогорова. В итоге получено среднее значение линии. Вычислена средняя квадратическая погрешность определения длины линии.

**Ключевые слова:** измерения расстояний; рулетка; электронный тахеометр; компарирование измерительных приборов.

**Крячок Сергей Дмитриевич** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры геодезии, картографии та землеустрою, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14027, Україна).

**Крячок Сергей Дмитриевич** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры геодезии, картографии и землеустройства, Черниговский национальный технологический университет (ул. Шевченко, 95, г. Чернигов, 14027, Украина).

**Kryachok Serhiy** – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Geodesy, Cartography and Land Management, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenko Str., 14027, Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** geodesist@gmail.com

**Мамонтова Людмила Степанівна** – старший викладач кафедри геодезії, картографії та землеустрою, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14027, Україна).

**Мамонтова Людмила Степановна** – старший преподаватель кафедры геодезии, картографии и землеустройства, Черниговский национальный технологический университет (ул. Шевченко, 95, г. Чернигов, 14027, Украина).

**Mamontova Lyudmila** - Senior Lecturer of the Department of Geodesy, Cartography and Land Management, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenko Str., 14027, Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** liudmila.mamontova@gmail.com

**Щербак Юлія Володимирівна** – магістр, викладач кафедри геодезії, картографії та землеустрою, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14027, Україна).

**Щербак Юлия Владимировна** – магистр, преподаватель кафедры геодезии, картографии и землеустройства, Черниговский национальный технологический университет (ул. Шевченко, 95, г. Чернигов, 14027, Украина).

**Shcherbak Yuliya** – master, lecturer of the Department of Geodesy, Cartography and Land Management, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenko Str., 14027, Chernihiv, Ukraine).