

## РОЗДІЛ III. ЗВАРЮВАННЯ ТА МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО

УДК 519.233.5

DOI: 10.25140/2411-5363-2017-3(9)-53-62

Станислав Радченко, Сергей Лапач

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАРУШЕНИИ СПЛОШНОСТИ

**Актуальность темы исследования.** Композиционные материалы широко применяются в самолетостроении, обеспечивая высокие прочностные, жесткостные, усталостные и весовые характеристики.

**Постановка проблемы.** В процессе эксплуатации под воздействием нагрузок изделия из композиционных материалов могут терять сплошность. В этих условиях необходимо определить зависимость механических свойств материала от конструкторских и технологических факторов.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Большинство работ по моделированию свойств композиционных материалов, их эксплуатационных характеристик используют различные математические методы, при этом вопрос о адекватности полученных моделей не затрагивается.

**Выделение не решенных ранее частей общей проблемы.** Изучение свойств композитных материалов путем теоретического анализа затруднительно. Предложено использовать экспериментально-статистический подход с привлечением теории планирования эксперимента и регрессионного анализа.

**Постановка задачи.** Целью данной работы является математическое моделирование влияния конструктивно-технологических факторов изготовления изделий из композиционных материалов на их механические свойства при нарушении сплошности при импульсных нагрузках.

**Изложение основного материала.** В работе используется расширенная концепция ортогональности получаемой модели: план эксперимента, структура модели и структурные элементы модели ортогональны друг к другу. Для проведения эксперимента был выбран регулярный план  $2^3 \times 4^3 // 32$ . Моделировалось влияние 6 факторов на предел прочности и модуль упругости композиционных материалов. Полученные модели устойчивы, адекватны и информативны.

**Выводы.** Использование концепции планирования эксперимента и формализованного получения структуры модели при моделировании механических свойств композиционных материалов полностью подтвердило высокую эффективность такого методологического подхода и позволило построить математические модели, пригодные для практического применения. Полученные модели позволяют провести исчерпывающий анализ влияния изучаемых факторов на моделируемые функции, оптимизировать значения факторов по принятому критерию, прогнозировать свойства и решать другие задачи.

**Ключевые слова:** композиционные материалы; регрессионный анализ; планирование эксперимента; моделирование механических свойств.

Табл.: 3. Рис.: 2. Библ.: 13.

**Постановка проблемы.** Композиционные материалы в настоящее время повсеместно применяются в самых различных областях современной жизни: авиация, космос, строительство, военное дело, медицина и пр.

Композиционные материалы находят все более широкое применение при создании летательных аппаратов, обеспечивая высокие прочностные, жесткостные, усталостные и весовые характеристики. Специфика изготовления композиционного материала заключается в том, что он получается непосредственно в процессе изготовления детали. Высокие механические свойства изделий определяются оптимальными конструктивно-технологическими факторами получения композиционных материалов. В частности, их механические характеристики зависят от направления укладки и количества слоев армируемых волокон.

В процессе эксплуатации композиционные материалы могут подвергаться импульсным нагрузкам и их механические свойства будут изменяться. При эксплуатации изделий из композиционных материалов могут возникать нарушения сплошности материала при импульсных нагрузках и, как следствие, потеря несущей способности изделия. Прогнозировать механические свойства композиционных материалов (до и после нарушения сплошности) теоретическими методами на данном этапе развития науки о композиционных материалах либо весьма трудно, либо невозможно.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Необходимость проектирования изделий из композиционных материалов и прогнозирования их свойств при эксплуатации вызвало большое количество работ по моделированию композиционных матери-

лов, например [1–3], с различных точек зрения: прочность, технология разработки, эксплуатация и пр. Подавляющее большинство работ использует имитационное моделирование и другие математические методы. При этом вопрос об адекватности этих моделей совершенно игнорируется. Из практики авторов известны многочисленные случаи неадекватности используемых математических моделей в авиации, композиционных материалах, аэродинамике и других областях.

**Выделение не решенных ранее частей общей проблемы.** Изучение свойств композиционных материалов путем теоретического анализа затруднительно ввиду сложности механизмов происходящих явлений, многообразия влияния, случайных составляющих некоторых факторов в исходных материалах, нелинейного характера изменений их механических свойств. Эффективным подходом является экспериментально-статистический с использованием теории планирования эксперимента и регрессионного анализа. Успешное применение этого подхода для сложных задач, к которым относятся и моделирование композиционных материалов ввиду большого количества факторов и часто встречающейся неоднородности факторного пространства, возможно только при правильном использовании технологии построения математических моделей статистическими методами [4–10] и наличии высокоэффективных средств формирования априори неизвестной частной структуры уравнения регрессии [6; 7; 9–11].

**Цель статьи.** Целью данной работы является математическое моделирование влияния конструктивно-технологических факторов изготовления деталей из композиционных материалов на их механические свойства по критериям нарушения сплошности при импульсных нагрузках.

**Изложение основного материала.** В формальной записи постановка задачи имеет следующий вид:

$$\hat{y}_w = f_w(X_1, \dots, X_k),$$

где  $\hat{y}_w$  –  $w$ -тая функция цели (зависимая переменная), которую необходимо моделировать;

$X_1, \dots, X_k$  – факторы (независимые переменные);

$k$  – общее число факторов.

Содержательная постановка задач по факторам и функциям, которые исследуются, была проведена специалистами по композиционным материалам и эксплуатации полученных из этих материалов изделий.

Техническое решение подобных задач в настоящий период весьма затруднительно ввиду сложности схематизации объекта; множества независимых и зависимых переменных, описывающих моделируемый объект; недостаточной изученности «элементарных» явлений, происходящих в технологическом процессе изготовления детали из композиционного материала и при ее функционировании в изделии; случайного характера фактических значений некоторых факторов и всех показателей качества детали, изготовленной из композиционного материала.

Учитывая указанные трудности, ограниченное время материальные и людские ресурсы, выделенные для решения этих задач, предлагается использовать экспериментально-статистическую методологию проведения исследований. Моделирование механических свойств композиционных материалов при нарушении сплошности как реальных технических объектов возможно, если в качестве научного метода применять теорию планирования эксперимента и кибернетическую методологию исследований.

Для аппроксимации исходных данных будем использовать класс полиномиальных математических моделей. Их применение обосновано теоремами Вейерштрасса, Стоуна, Джексона [6, с. 87–88].

В работе используется расширенная концепция ортогональности получаемой модели: план эксперимента, структура модели и структурные элементы модели ортогональны. Ортогональная структура многофакторной статистической модели позволяет полу-

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

чить статистически независимые оценки коэффициентов моделируемой функции. Такая структура может быть определена однозначно со статистически значимыми коэффициентами. Нормирование ортогональных эффектов позволяет получить максимально устойчивую структуру модели и, следовательно, ее коэффициентов. Решаемая задача будет корректно поставленной [6].

Структуры получаемых многофакторных статистических моделей, не известных исследователю, выбирались из элементов структуры модели полного факторного эксперимента [6, с. 92]:

$$\prod_{i=1}^k (1 + x_i^{(1)} + x_i^{(2)} + \dots + x_i^{(s_i-1)}) \rightarrow N_{\Pi},$$

где 1 – значение фиктивного фактора  $x_0 \equiv 1$ ;

$x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(s_i-1)}$  – ортогональные контрасты факторов  $X_i$ ;

$s_i$  – число различных уровней фактора  $X_i$ ;

$k$  – общее число факторов,  $1 \leq i \leq k$ ;

(1), (2), ..., (s<sub>i</sub>-1) – порядок контрастов фактора  $X_i$ ;

$N_{\Pi}$  – число структурных элементов полного факторного эксперимента, равное числу опытов эксперимента.

Все эффекты выражаются в виде ортогональных нормированных контрастов.

В соответствии с целью работы, выбранным методом исследования, качественным и количественным характером управляемых факторов был выбран регулярный многофакторный план  $2^3 \times 4^3 // 32$  (3 фактора на 2 уровнях, 3 факторов на 4 уровнях, 32 опыта). План обеспечивает ортогональность всех главных эффектов; план близок к критерию  $D$ -оптимальности.

Из механических характеристик композиционных материалов для моделирования были выбраны следующие:

$y_1$  – предел прочности при растяжении  $\sigma_v$ , кГс/мм<sup>2</sup>;

$y_2$  – модуль упругости при растяжении  $E_{\text{раст}}$ , кГс/мм<sup>2</sup>.

Факторами, влияющими на критерии качества композиционных материалов, были выбраны следующие (табл. 1):

Таблица 1

## Описание факторов

Наименование и натуральные обозначения факторов	Номер фактора	Уровни факторов; (натуральные значения)
Наличие защитного слоя СВМ, П <sub>3</sub>	1	нет
		есть
Наименование слоя со стороны входа ударника, С <sub>вх.</sub>	2	0 <sup>0</sup>
		90 <sup>0</sup>
Наименование слоя со стороны выхода ударника С <sub>вых.</sub>	3	0 <sup>0</sup>
		90 <sup>0</sup>
Количество слоев в одном направлении (типа 0 <sup>0</sup> , 90 <sup>0</sup> ), К <sub>0,90</sub>	4	1
		2
		3
		4
Количество слоев в одном направлении (типа +45 <sup>0</sup> , -45 <sup>0</sup> ), К <sub>45</sub>	5	0
		1
		2
		3
Разбиение плана эксперимента на ортогональные блоки, Б	6	1
		2
		3
		4

Рабочая матрица исследования механических свойств, значения уровней факторов и результаты опытов приведены в табл. 2. Каждый опыт повторялся трижды, по результатам повторных опытов вычислялись средние значения  $\bar{y}_{1u}$  и  $\bar{y}_{2u}$ .

При построении моделей механических свойств композиционных материалов  $\hat{y}_1$  и  $\hat{y}_2$  использовалось программное средство «Планирование, регрессия и анализ моделей» (ПС ПРИАМ), разработанное на кафедре технологии машиностроения НТУУ «КПИ» [11]. Получены модели:

$$\hat{y}_1 = 36,2573 + 7,24562 x_4^{(2)} x_6^{(1)} + 8,71654 x_1^{(1)} x_4^{(1)} x_5^{(1)} - 2,38667 x_4^{(2)} x_5^{(3)} x_6^{(2)} - 3,14438 x_3^{(1)} x_5^{(3)} x_6^{(1)} - 3,07142 x_2^{(1)} x_4^{(1)} x_6^{(3)} - 2,15313 x_1^{(1)} x_5^{(1)} - 1,70688 x_1^{(1)} x_2^{(1)} x_3^{(1)} x_5^{(1)} ;$$

$$\hat{y}_2 = 11,0036 + 4,88177 x_2^{(1)} x_4^{(2)} - 3,44494 x_2^{(1)} x_4^{(1)} x_6^{(3)} + 2,31869 x_1^{(1)} x_3^{(1)} x_6^{(3)} - 2,36786 x_4^{(1)} x_6^{(3)} - 1,67381 x_3^{(1)} x_4^{(2)} x_5^{(3)} - 1,64355 x_1^{(1)} x_3^{(1)} x_4^{(3)} x_5^{(3)} + 1,10169 x_4^{(2)} x_5^{(2)} x_6^{(3)} - 0,749896 x_2^{(1)} x_4^{(2)} x_6^{(2)} .$$

Таблица 2

Рабочая матрица и результаты опытов

Кодированные теоретические значения уровней варьирования факторов							Натуральное обозначение факторов						Натуральное обозначение функций	
							П <sub>3</sub>	С <sub>вх</sub>	С <sub>вых</sub>	К <sub>0,90</sub>	К <sub>45</sub>	Б	σ <sub>в</sub>	Е <sub>раст</sub>
							Кодированное обозначение факторов и натуральные значения их уровней						Кодированное обозначение функций	
F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	у <sub>1</sub>	у <sub>2</sub>	
0	0	0	0	0	0	нет	0	0	1	0	1	Средние значения результатов опытов		
1	1	1	1	1	1	есть	90	90	2	1	2			
-	-	-	2	2	2	-	-	-	3	2	3			
-	-	-	3	3	3	-	-	-	4	3	4	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	
1							2	3	4	5	6	7	8	9
Опыт 1							нет	0	0	1	0	1	20,10	6,207
2							нет	90	0	2	1	2	35,53	5,583
3							есть	0	90	3	2	3	34,13	10,53
4							есть	90	90	4	3	4	44,33	15,12
5							нет	0	0	3	3	3	31,07	16,71
6							нет	90	0	4	2	4	38,10	10,29
7							есть	0	90	1	1	1	36,00	5,393
8							есть	90	90	2	0	2	48,43	8,043
9							нет	0	90	1	2	2	31,33	4,523
10							нет	90	90	2	3	1	55,83	7,590
11							есть	0	0	3	0	4	28,73	17,29
12							есть	90	0	4	1	3	39,80	28,47
13							нет	0	90	3	1	4	29,93	13,71
14							нет	90	90	4	0	3	50,43	26,31
15							есть	0	0	1	3	2	18,03	2,937
16							есть	90	0	2	2	1	41,93	6,223
17							нет	0	0	2	1	3	28,00	7,777
18							нет	90	0	1	0	4	37,70	17,83
19							есть	0	90	4	3	1	36,50	5,450
20							есть	90	90	3	2	2	40,47	6,767
21							нет	0	0	4	2	1	32,37	4,660
33							нет	90	0	3	3	2	34,53	5,090
23							есть	0	90	2	0	3	35,70	16,29
24							есть	90	90	1	1	4	39,43	15,96

Закінчення табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	нет	0	90	2	3	4	31,60	11,27
26	нет	90	90	1	2	3	39,87	16,10
27	есть	0	0	4	1	2	38,67	5,990
28	есть	90	0	3	0	1	42,17	6,857
29	нет	0	90	4	0	2	40,83	6,703
30	нет	90	90	3	1	1	48,90	7,213
31	есть	0	0	2	2	4	23,53	14,03
32	есть	90	0	1	3	3	26,23	13,39

Здесь  $x_1^{(1)} = x_1 = 2(X_1 - 0,5)$ ;  $x_2^{(1)} = x_2 = 0,022222 (X_2 - 45)$ ;  $x_3^{(1)} = x_3 = 0,022222 (X_3 - 45)$ ;

$$x_4^{(1)} = x_4 = 0,666667(X_4 - 2,5); x_4^{(2)} = z_4 = 2,25(x_4^2 - 0,555556);$$

$$x_4^{(3)} = g_4 = 3,75(x_4^3 - 0,911111x_4);$$

$$x_5^{(1)} = x_5 = 0,666667(X_5 - 1,5); x_5^{(2)} = z_5 = 2,25(x_5^2 - 0,555556);$$

$$x_5^{(3)} = g_5 = 3,75(x_5^3 - 0,911111x_5);$$

$$x_6^{(1)} = x_6 = 0,666667(X_6 - 2,5); x_6^{(2)} = z_6 = 2,25(x_6^2 - 0,555556);$$

$$x_6^{(3)} = g_6 = 3,75(x_6^3 - 0,911111x_6).$$

В формулах ортогональных контрастов к моделям  $\hat{y}_1, \hat{y}_2$  ортогональные контрасты не нормированы. При использовании программного средства ПРИАМ нормировочные коэффициенты ортогональных контрастов вводятся в соответствующие коэффициенты математических моделей [6, с. 56].

Обращаем внимание на структуру полученных уравнений. Они не включают главных эффектов, а состоят исключительно из взаимодействий, причем в значительной степени тройных и четверных. Это свидетельствует о большой сложности моделируемых процессов, в которых наличествуют признаки системы и не позволяет напрямую моделировать традиционными методами математического моделирования. Если исключить экспериментально-статистический метод, то адекватные математические модели для сложных систем могут быть построены только при достаточном знании этих систем, что снова возвращает нас к корректным экспериментальным исследованиям.

Статистический анализ построенных моделей приведен в табл. 3.

Таблица 3

Результаты статистического анализа математических моделей

Параметры статистического анализа параметров		Условные обозначения	Значения для модели	
			$\hat{y}_1$	$\hat{y}_2$
1	2	3	4	5
Проверка гипотезы о воспроизводимости результатов эксперимента	Дисперсия воспроизводимости	$s_{\text{восп}}^2$	4,0354	2,0486
	Число степеней свободы для дисперсии воспроизводимости	$f_{\text{восп1}}$	32	32
		$f_{\text{восп2}}$	2	1
	Экспериментальное значение G-критерия	$G_{\text{эсп}}$	0,0932	0,1892
	Критическое значение G-критерия	$G_{\text{крит}}$	0,1881	0,1881
	Уровень значимости	$\alpha$	0,05	
Однородность данных		однородн.	неоднородн.	

1	2	3	4	5
Проверка гипотезы об адекватности модели	Дисперсия адекватности	$s_{ад}^2$	5,9089	3,19995
	Экспериментальное значение $F$ -критерия	$F^{эксп}$	1,4643	1,5621
	Критическое значение $F$ -критерия	$F^{крит}$	1,6886	1,6993
	Число степеней свободы для адекватности	$f_{ад1}$	7	8
		$f_{ад2}$	24	23
	Уровень значимости	$\alpha$	0,05	
	Адекватность модели		Адекватна	
Анализ полученной модели на информативность	Коэффициент множественной корреляции	$R$	0,9676	0,9690
	Число степеней свободы для коэффициентов модели	$f_k$	7	8
	Число степеней свободы для остаточной суммы квадратов	$f_{остR}$	88	87
	Экспериментальное значение $F$ -критерия	$F^{эксп}$	50,414	44,159
	Критическое значение $F$ -критерия	$F^{крит}$	2,1155	2,0467
	Уровень значимости	$\alpha$	0,05	
	Критерий Бокса и Веца	$\gamma$	4	3
	Информативность модели		высокая	хорошая
Число обусловленности		$cond(X^1 X)$	1,2476	1
Среднее абсолютных величин относительных погрешностей аппроксимации		$ \bar{e}_{uогн} , \%$	4,66	14,10
Среднее абсолютных величин абсолютных погрешностей аппроксимации		$ \bar{e}_u $	1,68	1,21
Доля рассеяния, объясняемая моделью		$Q_{\hat{y}}$	93,53	93,89

Обнаруженная неоднородность дисперсий (табл. 3) не требует никаких действий. Вызвана она известным характером распределения ошибок, отличным от нормального, наблюдаемым при проведении прочностных испытаний. Кроме того, ее величина не требует корректировки модели с помощью взвешенного метода наименьших квадратов.

Из табл. 3 следует, что полученные модели адекватны, информативны, имеют высокую вычислительную и структурную устойчивость. Это позволяет использовать их для моделирования.

В качестве примера приведены построенные маргинальные поверхности отклика (рис. 1, рис. 2).

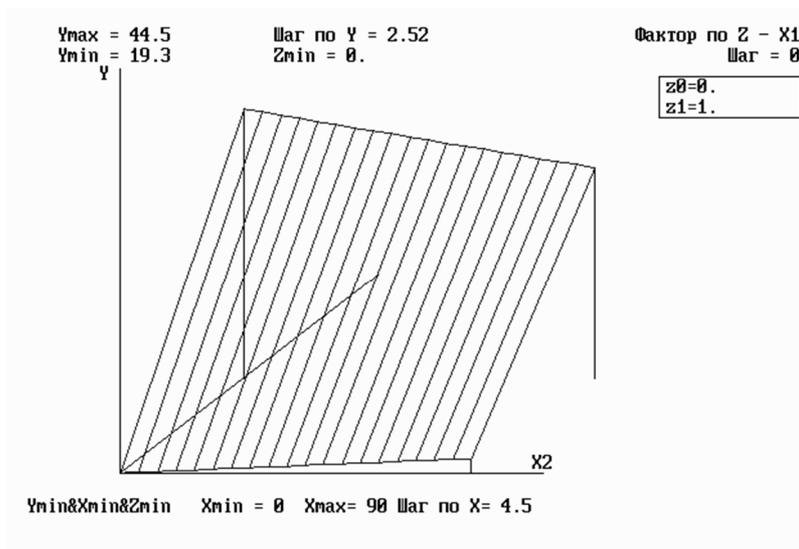


Рис. 1. Маргинальная поверхность отклика  $\hat{y}_1$  для факторов  $X_1$  и  $X_2$  при фиксации остальных на уровне средних значений

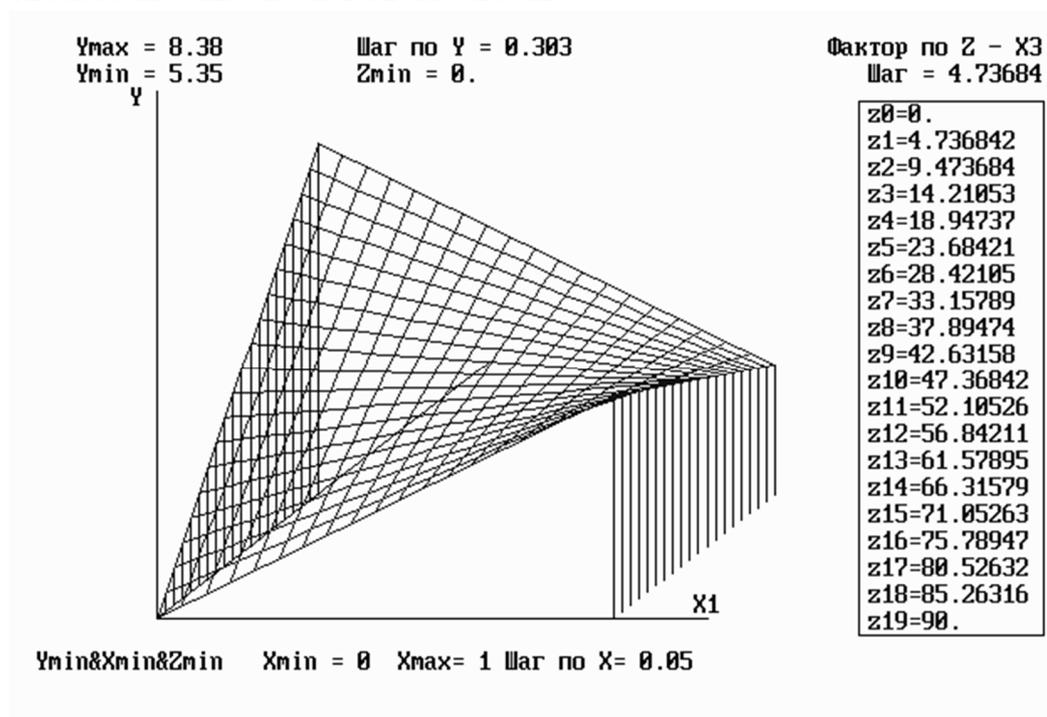


Рис. 2. Маргинальная поверхность отклика  $\hat{y}_2$  для факторов  $X_1$  и  $X_3$  при фиксации остальных на уровне средних значений

На основании полученных моделей были разработаны рекомендации по оперативному анализу повреждений изделий из композиционных материалов и принятию решений о виде ремонта.

**Выводы и предложения.**

1. Использование концепции планирования эксперимента и формализованного получения структуры модели при моделировании механических свойств композиционных материалов по критериям нарушения сплошности при импульсных нагрузках полностью подтвердило высокую эффективность такого методологического подхода и позволило построить математические модели, пригодные для практического применения.
2. Полученные математические модели позволяют провести исчерпывающий анализ влияния изучаемых факторов на моделируемые функции, оптимизировать значения факторов по принятому критерию, прогнозировать свойства и решать другие задачи.
3. Применение указанной методологии в изучении и оптимизации композиционных материалов позволяет научно обосновано решать сложные задачи, экономя время, материалы и затраты на исследование по сравнению с традиционной методологией однофакторного эксперимента.
4. Анализ моделей свидетельствует о сложности изучаемого процесса и невозможности его адекватного моделирования без предварительных экспериментально-статистических исследований.
5. Сложность процесса требует мощных средств построения регрессионных моделей для определения частной структуры уравнения регрессии. Имеющимися стандартными методами их решить практически невозможно. В данном случае использовалось специализированное программное средство ПРИАМ [11].

С разработанными методами моделирования и полученными результатами можно ознакомиться в [12; 13].

**Список использованных источников**

1. Баженов В. Г. Математическое моделирование и методы идентификации деформационных и прочностных характеристик материалов / В. Г. Баженов // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10. – № 5. – С. 91–105.
2. Бормотов А. Н. Методология построения математических моделей наномодифицированных композитов по экспериментальным данным / А. Н. Бормотов, И. А. Прошин, А. В. Васильков // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2011. – Т. 7. – № 6. – С. 28–34.
3. Литвиненко Е. И. Исследование и прогнозирование свойств полимерных композиционных материалов с применением математического моделирования / Е. И. Литвиненко, С. Е. Гардер, Ю. Я. Мельник // Интегрированные технологии и энергосбережение. – 2010. – № 1. – С. 43–46.
4. Математическое моделирование прочности болтовых соединений композиционных материалов типа углепластиков / С. Г. Радченко, С. Н. Лапач, А. З. Двейрин, Е. Т. Василевский // Открытые информационные технологии : сб. науч. тр. – X. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2014. – Вып. 63. – С. 61–71.
5. Лапач С. Н. Статистика в науке и бизнесе / С. Н. Лапач, А. В. Чубенко, П. Н. Бабиц. – К. : Морион, 2002. – 640 с.
6. Радченко С. Г. Методология регрессионного анализа / С. Г. Радченко. – К. : Корнійчук, 2011. – 376 с.
7. Радченко С. Г. Анализ методов моделирования сложных систем / С. Г. Радченко // Математичні машини і системи. – 2015. – № 4. – С. 123–127.
8. Радченко С. Г. Формализованные и эвристические решения в регрессионном анализе / С. Г. Радченко. – К. : Корнійчук, 2015. – 236 с.
9. Лапач С. Н. Робастные планы эксперимента / С. Н. Лапач // Математичні машини і системи. – 2016. – № 4. – С. 111–121.
10. Лапач С. Н. Регрессионный анализ. Процессный подход / С. Н. Лапач // Математичні машини і системи. – 2016. – № 1. – С. 129–138.
11. Лапач С. Н. Планирование, регрессия и анализ моделей PRIAM (ПРИАМ) / С. Н. Лапач, С. Г. Радченко, П. Н. Бабиц // Программные продукты Украины: каталог. – К., 1993. – С. 24–27.
12. Лаборатория экспериментально-статистических методов исследований (ЛЭСМИ) [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.n-t.org/sp/lesmi>.
13. Сайт кафедры «Технология машиностроения» Механико-машиностроительного института Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tm-mmi.kpi.ua/index.php/ru/1/publications>.

**References**

1. Bazhenov, V.G. (2007). Matematicheskoe modelirovanie i metody identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh kharakteristik materialov [Mathematical modeling and methods of identification of deformation and strength characteristics of materials]. *Fizicheskaya mezomekhanika – Physical mesomechanic*, no. 5, pp. 91–105 (in Russian).
2. Bormotov, A.N., Proshin, I.A. & Vasilkov, A.V. (2011). Metodologiya postroeniya matematicheskikh modeley nanomodifitsirovannykh kompozitov po eksperimentalnym dannym [Methodology for constructing mathematical models of nanomodified composites from experimental data]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Voronezh State Technical University*, no. 6, pp. 28–34 (in Russian).
3. Litvinenko, E.I., Garder, S.E. & Melnik, Iu.Ia. (2010). Issledovanie i prognozirovanie svoystv polimernykh kompozitsionnykh materialov s primeneniem matematicheskogo modelirovaniya [Investigation and prediction of the properties of polymer composite materials using mathematical modeling]. *Integrirovannye tekhnologii i energosberezhenie – Integrated Technologies and Energy Savin*, no. 1, pp. 43–46 (in Russian).
4. Radchenko S.G., Lapach, S.N., Dvejrin, A.Z. & Vasilevskij, E.T. (2014). Matematicheskoe modelirovanie prochnosti boltovykh soedinenij kompozitsionnykh materialov tipa ugleplastikov [Mathematical design of durability of screw-bolt connections of composition materials of type of Car-

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

bon fiber reinforced plastic]. *Otkrytye informatsionnye tekhnologii – Open information technologies*, issue 63, pp. 61–71 (in Russian).

5. Lapach, S.N., Chubenko, A.V. & Babich, P.N. (2002). *Statistika v nauke i biznese [Statistics in science and business]*. Kyiv: Morion (in Russian).

6. Radchenko, S.G. (2011). *Metodologiya regressionnogo analiza [Methodology of regression analysis]*. Kyiv: Korniiichuk (in Russian).

7. Radchenko, S.G. (2015). Analiz metodov modelirovaniia slozhnykh sistem [Analysis of methods of the model of complex systems]. *Matematychni mashyny i systemy – Mathematical Machines and Systems*, no. 4, pp. 123–127 (in Russian).

8. Radchenko, S.G. (2015). *Formalizovannye i evristicheskie resheniya v regressionnom analize [Formalized and heuristic solutions in regression analysis]*. Kyiv: Korniiichuk (in Russian).

9. Lapach, S.N. (2016). Robastnye plany eksperimenta [Robust experiment plans]. *Matematychni mashyny i systemy – Mathematical Machines and Systems*, no. 4, pp. 111–121 (in Russian).

10. Lapach, S.N. (2016). Regressionnyj analiz. Protsessnyi podkhod [Regression analysis. Process approach]. *Matematychni mashyny i systemy – Mathematical Machines and Systems*, no. 1, pp. 129–138 (in Russian).

11. Lapach, S.N., Radchenko, S.G. & Babich, P.N. (1993). Planirovanie, regressiya i analiz modelei PRIAM [Planning, regression and model analysis PRIAM]. *Programmnye produkty Ukrainy: katalog – Software products of Ukraine: catalog*, Kyiv, pp. 24–27 (in Russian).

12. Laboratoriya eksperimentalno-statisticheskikh metodov issledovaniy (LESMI) [Laboratory of experimental-statistical methods of research]. Retrieved from <http://www.n-t.org/sp/lesmi>.

13. Sait kafedry «Tehnologiya mashinostroeniia» Mehaniko-mashinostroitel'nogo instituta Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta Ukrainy «Kyivskii politekhnicheskii institut» [Department of Machine Building Technology, Mechanics and Machine Building Institute of the National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”]. Retrieved from <http://tm-mmi.kpi.ua/index.php/ru/1/publications>.

UDC 519.233.5

Stanislav Radchenko, Serhiy Lapach

## MATHEMATICAL MODELING OF MECHANICAL PROPERTIES OF COMPOSITE MATERIALS IN CASE OF DISCONTINUITY

**Urgency of the research.** Composite materials are widely used in airplane construction, providing for high strength, stiffness, fatigue and weight characteristics.

**Target setting.** Products made of composite material can lose continuity in the process of service under the effect of loads. In these conditions it is necessary to determine the dependence of mechanical properties of the material on the design and technology factors.

**Actual scientific researches and issues analysis** Most authors of the works in the field of modeling properties of composite materials, their operation characteristics use various mathematical methods which are not connected with experiments, in so doing they do not concern the problem on the obtained model adequacy.

**Uninvestigated parts of general matters defining.** It is difficult to study properties of the composite materials by theoretical analysis. It is proposed to use the experimental statistical approach with attraction of the experiment design theory and regression analysis.

**The research objective.** This work objective is mathematical modeling of the effect of design-technological factors of manufacturing products of composite materials on their mechanical properties under continuity violation under the impulse loads.

**The statement of basic materials.** The authors use the extended conception of the obtained model orthogonality: the experiment design, the model structure and structural elements of the model are orthogonal to each other. The regular plan  $2^3 \times 4^3 // 32$  was chosen for the experiment performance. The effect of 6 factors on the ultimate strength and elasticity modulus of composite materials was modeled. The models obtained are stable, adequate and informative.

**Conclusions.** The use of the conception of experiment design and formalized production of the model structure under modeling mechanical properties of the composite materials has completely confirmed high efficiency of such methodological approach and allowed constructing the mathematical models fit for the practical application. The obtained models permit us to perform the comprehensive analysis of the effect of studied factors on the modeled functions, optimize the factors' values by the accepted criterion, predict properties and solve other problems.

**Key words:** composition materials; regression analysis; experiment design; modeling of mechanical properties.

Tabl.: 3. Fig.: 2. Bibl.: 13.

УДК 519.233.5

Станіслав Радченко, Сергій Лапач

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ  
ВЛАСТИВОСТЕЙ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ  
ПРИ ПОРУШЕННІ СУЦІЛЬНОСТІ**

Композиційні матеріали широко застосовуються в літакобудуванні, забезпечуючи високі міцнісні, жорсткісні, втомні і вагові характеристики. Метою цієї роботи є математичне моделювання впливу конструктивно-технологічних факторів виготовлення виробів з композиційних матеріалів на їх механічні властивості у разі порушення суцільності при імпульсних навантаженнях. У роботі використовується розширена концепція ортогональності одержуваної моделі: план експерименту, структура моделі і структурні елементи моделі ортогональні. Для проведення експерименту було обрано регулярний план  $2^3 \times 4^3 // 32$ . Моделювався вплив 6 факторів на межу міцності і модуль пружності композиційних матеріалів. Отримані моделі стійкі, адекватні та інформативні.

Використання концепції планування експерименту при моделюванні механічних властивостей композиційних матеріалів повністю підтвердило високу ефективність такого методологічного підходу і дозволило побудувати математичні моделі, придатні для практичного застосування. Отримані моделі дозволяють провести вичерпний аналіз впливу досліджуваних факторів на модельовані функції, оптимізувати значення факторів за прийнятним критерієм, прогнозувати властивості і вирішувати інші завдання.

**Ключові слова:** композиційні матеріали; регресійний аналіз; планування експерименту; моделювання механічних властивостей.

Табл.: 3. Рис.: 2. Бібл.: 13.

**Радченко Станіслав Григорьевич** – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры технологии машиностроения, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» имени И. Сикорского (просп. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина).

**Радченко Станіслав Григорьевич** – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри технології машинобудування, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені І. Сікорського» (просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна).

**Radchenko Stanislav** – Doctor of Technical Sciences, Assistant Professor, Professor of the Department of Mechanical Engineering, I. Sikorsky National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute» (37 Pobeda Av., 03056 Kyiv, Ukraine).

**Лапач Сергей Николаевич** – старший преподаватель кафедры технологии машиностроения, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» имени И. Сикорского (пр. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина).

**Лапач Сергій Миколайович** – старший викладач кафедри технології машинобудування, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені І. Сікорського» (пр. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна).

**Lapach Serhiy** – senior Lecturer of the Chair of Technology of Mechanical Engineering, I. Sikorsky National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute» (37, Pobedy Av., 03056 Kyiv, Ukraine).

**E-mail:** lapach@ukr.net

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9399-191X>