

УДК 621.92

DOI: 10.25140/2411-5363-2020-3(21)-72-78

Володимир Кальченко, Віталій Кальченко, Сергій Цибуля, Євгеній Сахно

**ВИЗНАЧЕННЯ ПОХИБКИ ПРОЦЕСІВ ШЛІФУВАННЯ  
ТА ШВИДКІСНОГО ФРЕЗЕРУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ  
СТАТИЧНОЇ ТА ДИНАМІЧНОЇ НЕВРІВНОВАЖЕНОСТІ**

**Актуальність теми дослідження.** Досить часто для отримання необхідної точності виготовлення деталей, вони обробляються на круглошліфувальних, внутрішньошліфувальних, плоскошліфувальних та різьбошліфувальних верстатах. Попередньо врівноважене шліфувальне коло в процесі експлуатації втрачає врівноважений стан і набуває дисбаланс, що змінюється протягом часу. Однією з причин, що викликає зміну дисбалансу, є знос шліфувального кола, який може бути нерівномірним або рівномірним. Нерівномірний знос виникає у зв'язку з розсіюванням міцності різальної поверхні кола (у межах одного інструмента). При рівномірному зносі, зокрема й за рахунок правок кола, неврівноваженість виникає через нерівномірну щільність, відхилення розмірів, форми й розташування поверхонь.

**Постановка проблеми.** У процесі виконання шліфувальних робіт необхідно враховувати те, що шпindel шліфувального верстата внаслідок зносу шліфувального кола, піддатливості опор, згинальної жорсткості переходить у неврівноважений стан, що впливає на точність і якість механічної обробки деталей. Тому виникає проблема визначення похибок положення ротора динамічної системи з урахуванням статичної та динамічної неврівноваженості, складових сил різання та пружних зусиль, що виникають в опорах шпindelного вузла.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі були розглянуті останні публікації з цієї теми, які представлені у відкритому доступі, включаючи мережу Інтернет.

**Виділення недосліджених частин загальної проблеми.** Відомі дослідження точності процесу шліфування важкооброблюваних деталей не враховують вплив статичної, динамічної та моментної неврівноваженості технологічної системи шліфувального верстата. Однак у процесі оцінювання точності положення шпинделя в просторових координатах та точності виготовлення заданої деталі в математичній моделі процесу механічної обробки необхідно враховувати перераховані фактори. Тому дані дослідження дають можливість конструктору підвищити точність проектування металорізальних верстатів шліфувальної групи при обробці деталей, які мають конструктивну неврівноваженість.

**Постановка завдання.** Метою цієї наукової роботи є моделювання положення шпинделя шліфувальних та фрезерних верстатів з урахуванням інерційних зусиль, які виникають унаслідок статичної та динамічної неврівноваженості роторного вузла, що обумовлює точність і якість процесу механічної обробки.

**Виклад основного матеріалу.** Стан врівноваженості шпindelного вузла, відбалансованого заводом-виготовлювачем, при обробці деталей на металорізальних верстатах безупинно змінюється. При шліфуванні дисбаланс виникає внаслідок зношування і неоднорідної структури змінної інструментальної головки шліфувального круга. У процесі обробки деталі, яка обертається, він зумовлений механічною заготовкою. Для компенсації режимної зміни дисбалансу і з метою підвищення якості обробки, особливо на фінішних операціях, без зниження нормативних режимів різання на шпindel верстата встановлюють коригувальні маси, диски з приводом їх від гідростатичної або гідродинамічної опор.

**Висновки відповідно до статті.** У результаті проведених досліджень у роботі отримано математичну модель положення шпинделя шліфувального верстата з урахуванням складових статичної та динамічної неврівноваженості ротора, яка виникає внаслідок похибок технологічної системи верстата та зносу шліфувального кола. Використовуючи цю модель можна проводити розрахунок похибок механічної обробки, що виникають при різанні. Також це дослідження дозволяє уточнити вплив похибок процесу шліфування на якість обробки деталей, що дає можливість оптимізувати режими різання і, відповідно, підвищити ефективність процесу шліфування. Ця методика також може використовуватися для високошвидкісного фрезерування, яке є альтернативою шліфуванню.

**Ключові слова:** фрезерування; шліфування; похибки; точність.

Рис.: 1. Бібл.: 7.

**Актуальність теми.** Досить часто для отримання необхідної точності виготовлення деталей вони обробляються на круглошліфувальних, внутрішньошліфувальних, плоскошліфувальних та різьбошліфувальних верстатах. Попередньо врівноважене шліфувальне коло в процесі експлуатації втрачає врівноважений стан і набуває дисбаланс, що змінюється протягом часу. Однією з причин, що викликає зміну дисбалансу, є знос шліфувального кола, який може бути нерівномірним або рівномірним. Нерівномірний знос виникає у зв'язку з розсіюванням міцності різальної поверхні кола (в межах одного інструмента). При рівномірному зносі, зокрема й за рахунок правок кола, неврівноваженість виникає через нерівномірну щільність, відхилення розмірів, форми і розташування поверхонь. Крім того, зміна неврівноваженості може бути викликана накопиченням у колі відходів шліфування та мастильно-охолоджувальної рідини у зв'язку з неоднорідною пористістю шліфувального кола. Тому процеси балансування доцільно використовувати на верстатах шліфувальної групи та верстатах для швидкісного фрезерування.

**Постановка проблеми.** У процесі виконання шліфувальних робіт необхідно врахувати те, що шпиндель шліфувального верстата внаслідок зносу шліфувального кола, піддатливості опор, згинальної жорсткості переходить у невірноважений стан, що впливає на точність і якість механічної обробки деталей. Тому виникає проблема визначення похибок положення ротора динамічної системи з урахуванням статичної та динамічної невірноваженості, складових сил різання та пружних зусиль, що виникають в опорах шпиндельного вузла.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [1] розглянуто сучасні технології виготовлення високоточних деталей різними методами. Наведено математичну теорію процесів фінішної механічної обробки матеріалів та сформульовано практичні рекомендації щодо впровадження прогресивних технологій механічної обробки у виробництво. У роботах [2; 3] проведено дослідження круглого шліфування переривчастими кругами й показано підвищений рівень оброблення поверхонь кочення в порівнянні з традиційними методами шліфування. Також визначено поведінку шпинделя шліфувальної бабки при зміні жорсткості опор для розробки автоматичної системи стабілізації величини зазору в гідростатичних підшипниках для підвищення сталості процесу шліфування. У [4] розглянуто метод виділення з часового ряду періодичної складової вібраційного процесу. Представлено експериментальний прототип системи вимірювання вібрацій для промислового шліфувального обладнання. У роботі [5] розглянуто проблему повного балансування багаточашкового абразивного інструменту, розроблено графічну модель процесу балансування.

**Виділення недосліджених частин загальної проблеми.** Відомі дослідження точності процесу шліфування важкооброблюваних деталей не враховують вплив статичної, динамічної та моментної невірноваженості технологічної системи шліфувального верстата. Однак у процесі оцінювання точності положення шпинделя в просторових координатах та точності виготовлення заданої деталі в математичній моделі процесу механічної обробки необхідно враховувати перераховані фактори. Тому дані дослідження дають можливість конструктору підвищити точність проектування металорізальних верстатів шліфувальної групи при обробці деталей, які мають конструктивну невірноваженість.

**Постановка завдання.** Метою цієї наукової роботи є моделювання положення шпинделів шліфувальних та фрезерних верстатів з урахуванням інерційних зусиль, які виникають унаслідок статичної та динамічної невірноваженості роторних вузлів верстатів, що зумовлює точність і якість процесу механічної обробки.

**Виклад основного матеріалу.** Стан врівноваженості шпиндельного вузла, відбалансованого заводом-виготовлювачем, при обробці деталей на металорізальних верстатах безупинно змінюється. При шліфуванні дисбаланс виникає внаслідок зношування і неоднорідної структури шліфувального круга. У процесі обробки деталі, яка обертається, він зумовлений невірноваженою заготовкою. Для компенсації режимної зміни дисбалансу й з метою підвищення якості обробки, особливо на фінішних операціях, без зниження нормативних режимів різання на шпиндель верстата встановлюють коригувальні (невірноважені) маси (КМ), [6] диски з приводом їх від гідростатичної або гідродинамічної опор. По окружності дисків з боку торцевих поверхонь просвердлено  $Z_0$  отворів, осі яких паралельні осі шпинделя. Частина отворів заповнена свинцем ( $Z \leq Z_0/2$ ) для додання КМ певного значення дисбалансу, що компенсує вектор дисбалансів невірноваженого шпинделя.

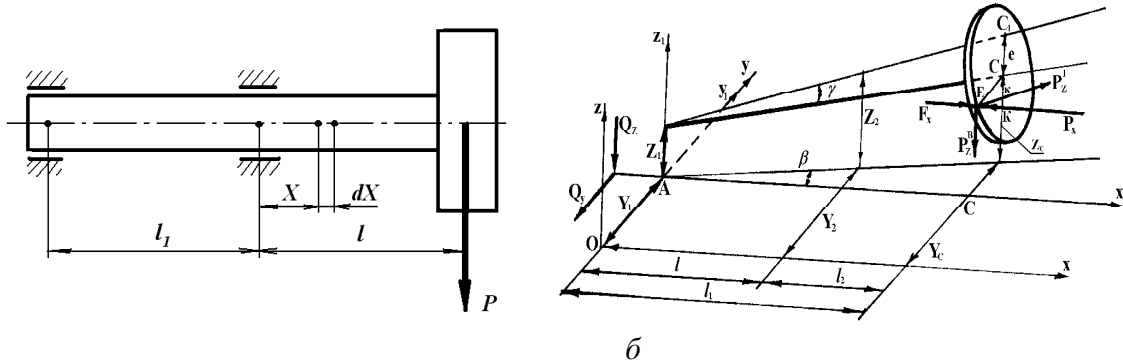
Відцентрова сила, створювана одним свинцевим циліндром при обертанні шпинделя з кутовою швидкістю  $\omega$ , дорівнює:

$$F = M_{cy} \omega^2 R_{cy},$$

де  $M_{cy}$  – маса свинцевого циліндра;  $R_{cy}$  – радіус розміщення свинцевого циліндра.

При цьому умова компенсації невірноваженості оброблюваної заготовки отримана в роботі [6].

При обробці складних і важкооброблюваних деталей похибки обробки, що виникають унаслідок деформацій технологічної системи та її елементів є домінуючими в сумарній похибці обробки. Для їхнього визначення проведемо динамічні дослідження системи шпиндель – неврівноважена шліфувальна головка (рис. 1).



а

б

Рис. 1. До визначення похибки обробки: а – схема для визначення приведеної маси системи; б – розрахункова схема динамічної системи

Згинальний момент у перетині шпинделя (рис. 1, а) визначається за формулою:

$$M_x = P(l-x) + \frac{q(l-x)^2}{2}, \quad (1)$$

де  $P$  – вага шліфувальної головки;  $q$  – погонна вага шпинделя.

Рівняння пружної лінії ротора має вигляд:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = P(l-x) + \frac{q(l-x)^2}{2}. \quad (2)$$

Інтегруємо двічі отримаємо:

$$Y_x = \frac{P(l-x)^3}{6EJ} + \frac{q(l-x)^4}{24EJ} + C + D. \quad (3)$$

Постійні інтегрування  $C$  и  $D$  знайдемо з початкових умов при  $x = 0$ ;  $y = 0$ :

$$x=0; y=0; \frac{dy}{dx} = 0.$$

Після підстановки в [3] одержимо:

$$Y_x = \frac{1}{2EJ} \left[ \frac{P(l-x)^3}{3} + \frac{q(l-x)^4}{12} + l^2 \left( P + \frac{ql}{2} \right) x - \frac{l^3}{3} \left( P + \frac{ql}{4} \right) \right]. \quad (4)$$

При  $x=l, Y_x = Y_l$ :

$$Y_l = \frac{1}{2EJ} \left[ l^3 \left( P + \frac{ql}{3} \right) - \frac{l^3}{3} \left( P + \frac{ql}{4} \right) \right].$$

Виражаючи  $Y_x$  через  $Y_l$ , знайдемо:

$$Y_x = \frac{\left\{ lx^3 \left( P + \frac{ql}{2} \right) - \left[ \frac{x^3}{3} (P+ql) - \frac{qx^4}{12} \right] \right\} Y_l}{\left( \frac{2}{3} P + \frac{ql}{4} \right) l^3}. \quad (5)$$

Закон збереження енергії для динамічної системи має вигляд:

$$T = \int_0^e dT_x + \frac{m_1 \dot{Y}_e^2}{2}, \quad (6)$$

де  $dT_x = \frac{q dx}{2q} \dot{Y}^2$  – кінетична енергія елемента механічної системи довжиною  $dx$ ;

$T = \frac{(m_n + m_1)}{2} \dot{Y}_e^2$  – кінетична енергія всієї системи.

Заміняючи  $T$  і  $dT_x$  їхніми значеннями, й інтегруючи вираз (6), одержимо формулу для визначення наведеної маси ротора:

$$m_n = \frac{(0,104P^2 + 0,08Pql + 0,016q^2l^2)P}{(0,6 + \frac{1}{4}ql^2)}, \quad (7)$$

де  $q = Q/l$  – погонна вага шпинделя;  $P$  – вага шліфувальної головки;  $l$  – довжина консолі.

Далі в роботі досліджуємо змуснені коливання системи з урахуванням статичної і динамічної неврівноваженості, а також з урахуванням дії складових сил різання  $P_x$  і  $P_z$ , а також пружних сил  $F_x$  мастильного матеріалу підшипника (осьова складова сили різання не враховується через її мале значення).

Представимо механічну систему в тримірному просторі. Система має осьову інерцію, обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  на двох опорах  $A$  і  $B$  з коефіцієнтами жорсткості  $C_1$  і  $C_2$  (рис. 1, б). Виберемо нерухому систему координат  $OXYZ$  так, щоб її початок збігався з лівою опорою в положенні рівноваги. Додамо системі мале переміщення, тоді координати опори  $A$  будуть  $Y_1; Z_1$ , а координати опори  $B$  –  $Y_2; Z_2$ . При цьому, динамічні похибки обробки визначаються як різниці координат кінцевого і початкового положення системи  $Y_2 - Y_1; Z_2 - Z_1$ .

Головний центральний осьовий момент інерції визначається за формулою:

$$I_0 = \frac{1}{2} M_1 R^2 + \frac{1}{2} M_2 R_1^2, \quad (8)$$

де  $M_1$  і  $M_2$  – маса шпинделя і шліфувальної головки, відповідно;  $R$  і  $R_1$  – радіус шпинделя і шліфувальної головки.

Момент інерції відносно осі, перпендикулярної до осі обертання ротора, з урахуванням зміщення шпинделя під дією технологічного дисбалансу буде:

$$J = M_1 \left( \frac{R^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right) + M_2 \left( \frac{R_1^2}{4} + \frac{l_1^2}{3} \right). \quad (9)$$

Кут між проекцією осі шпинделя на площину  $xu$  і віссю  $x$  позначимо  $\beta$ , а між віссю шпинделя і її проекцією на площину  $xu$  позначимо  $\gamma$ . Запишемо координати центра ваги  $C$  за формулами:

$$Y_c = -Y_1 \frac{l_2}{l} + Y_2 \frac{l_1}{l}; Z_c = -Z_1 \frac{l_2}{l} + Z_2 \frac{l_1}{l}.$$

Тоді кути  $\beta$  і  $\gamma$  будуть виражатися через координати  $\beta = \frac{Y_2 - Y_1}{l}; \gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{l}$ .

Ексцентриситет валу позначимо через  $e$ . Головна вісь інерції утворює з віссю обертання кут  $\delta$ . Площина, у якій лежить кут  $\delta$ , і площина  $xu$  утворить кут  $(\omega t - \varepsilon)$ , де  $\varepsilon$  – кут відхилення осі від вертикалі,  $\omega$  – кутова швидкість обертання головки. З урахуванням вищезазначеного, центри інерції  $Y_c$  і  $Z_c$ , відхилені на величину  $e$ , визначаються з виразу:

$$\left. \begin{aligned} Y_c &= -Y - e \cos \omega t \\ Z_c &= Z + e \sin \omega t \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

З урахуванням координат центрів ваги  $X_c$  і  $Z_c$ , кутів  $\beta$  і  $\gamma$ , а також піддатливості опор ротора в поперечному напрямку, рівняння набудуть такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} M(\ddot{y}_2 l_1 - l_2 \ddot{y}_1) + c_1 l y_1 + c_2 l y_2 &= M e l \omega^2 \cos \omega t + P_z^r l - Q_y l; \\ M(\ddot{z}_2 l_1 - l_2 \ddot{z}_1) + c_1 l z_1 + c_2 l z_2 &= M e l \omega^2 \sin \omega t + P_z^B l - Q_z l; \\ J_0 \omega (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) - J (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) + c_1 l_1 z_1 + c_2 l_2 z_2 &= (J_0 - J) \times \\ &\times \omega^2 l \delta \sin(\omega t - \varepsilon) + (P_x - F_x) H l - Q_z l_5 l; \\ J_0 \omega (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) - J (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + c_1 l_1 y_1 + c_2 l_2 y_2 &= (J - J_0) \times \\ &\times \omega^2 l \delta \cos(\omega t - \varepsilon) + (F_x - P_x) L l - Q_y l_5 l. \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

де  $Q_y$  та  $Q_z$  – параметри ваги шпинделя по координатах  $y$  і  $z$ .

Розв'язання рівняння (11) проводиться відомими математичними методами на ПК. Результати дозволяють одержати дійсну картину переміщень, швидкості і прискорення ротора в перехідному режимі з урахуванням уточнених координат елементів шпинделя. Змінюючи координати  $Y$  і  $Z$  можна управляти рівнем вібрації роторної системи і, в остаточному підсумку, параметрами якості механічної обробки.

Передові фірми Schiess koop та Junker (Німеччина) для обробки складних поверхонь з криволінійним профелем використовують верстати з ЧПК, в яких процеси фрезерування та шліфування виконуються послідовно на одному верстаті.

Фірма Schiess koop вперше запропонувала фрезерування та шліфування кулачків розподільчих валів двигунів внутрішнього згорання з послідовним вводом інструментальних бабок у зону обробки.

Інструментальна поверхня, як поверхня обертання дискових інструментів шліфувального кола і фрези описується одним рівнянням, матричний вираз якого наведено в роботі [7]. Це дає змогу при фрезеруванні та шліфуванні описувати еквідистанти одним рівнянням, з урахуванням діаметра інструмента, що спрощує процеси управління шліфуванням та фрезеруванням.

Конструкція верстатів Schiess koop включає дві роторні системи: система «шпиндель-деталь» та «шпиндель-інструмент (фреза, шліфувальний круг)». Для забезпечення постійного зняття припуску за координатою обробки деталей повинна обертатися зі змінною частотою обертання, що викликає динамічні навантаження на технологічну систему. Для зменшення похибок «технологічної спадковості» процесу фрезерування на процес шліфування застосовують швидкісне фрезерування з використанням інструменту, оснащеного непереточуваними пластинками з надтвердих матеріалів (ельборових та металокерамічних).

**Висновки відповідно до статті.** У результаті проведених досліджень у роботі отримано математичну модель положення шпинделя шліфувального верстата з врахуванням складових статичної та динамічної невірноваженості ротора, яка виникає внаслідок похибок технологічної системи верстата та зносу шліфувального кола. Використовуючи цю модель можливо проводити розрахунок похибок механічної обробки, що виникають при різанні. Також це дослідження дозволяє уточнити вплив похибок процесу шліфування на якість обробки деталей, що дає можливість оптимізувати режими різання і, відповідно, підвищити ефективність процесу шліфування.

За запропонованою моделлю можна оптимізувати параметри роторних систем «шпиндель-деталь» та «шпиндель-інструмент» та технологічної системи загалом. Вона дає змогу розрахувати частоту обертання деталі та режими фрезерування і шліфування за координатою обробки, яка забезпечує необхідну точність та якість оброблюваної поверхні.

**Список використаних джерел**

1. Новіков Ф. В., Рябенков І. О. Теоретичні основи механічної обробки високоточних деталей : монографія. Харків : ХНЕУ, 2013. 352 с.
2. Лук'янчук Ю. А., Ткачук А. А. Дослідження геометричних показників якості процесу круглого переривчастого шліфування. *Перспективні технології та прилади*. 2013. Вип. 3. С. 64–71.
3. Федотьева Л. П. Визначення поведінки пружної системи шпиндельних опор шліфувальної бабки. *Вестник ДГМА*. 2014. № 1 (13Е). С. 85–91.
4. Зайцев Є. О., Сидорчук В. Є., Сидорчук І. В., Шпилька А. М. Застосування методу найменших квадратів при обробці моніторингової інформації шліфувального обладнання. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2015. № 4(53). С. 175–179.
5. Озимок Ю. І., Рудницький Р. Б. Методика балансування багаточашкового абразивного інструменту. *Науковий вісник УДЛУ*. 2014. № 14.4. С. 104–108.
6. Струтинський В. Б., Сахно Є. Ю. Дослідження системи шпиндельного вузла з нерівноваженою заготовкою. *Промислова гідравліка і пневматика*. 2006. № 1. С. 59–63.
7. Сіра Н. М. Підвищення ефективності шліфування циліндричних, ступінчастих та криволінійних поверхонь обертання зі схрещеними осями круга та деталі : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.03.01 / ЧНТУ. Чернігів, 2017. 23 с.

**References**

1. Novikov, F. V., Ryabekov, I. O. (2013). *Teoretychni osnovy mekhanichnoi obrobky vysokotochnykh detalei [Theoretical bases of mechanical processing of high-precision parts]*. KHNEU.
2. Lucyanchuk, Yu. A., Tkachuk, A. A. (2013). Doslidzhennia heometrychnykh pokaznykiv yakosti protsesu kruhloho pereryvchastoho shlifuvannia [Study of geometric parameters of the quality of the round intermittent grinding process]. *Perspektyvni tekhnolohii ta prylady – Advanced technologies and devices*, 3, pp. 64–71.
3. Fedoteva, L. P. (2014). Vyznachennia povedinky pruzhnoi systemy shpyndelnykh opor shlifovalnoi babky [Determining the behavior of the elastic system of spindle supports of the grinding headstock]. *Vestnyk DHMA – Bulletin of the DGMA*, 1 (13E), pp. 85–91.
4. Zaitsev, E. A., Sidorchuk, V. E., Sidorchuk, I. V., Shpilka, A. M. (2015). Zastosuvannia metodu naimenshykh kvadrativ pry obrobsi monitorynhovoi informatsii shlifovalnoho obladdannia [Application of the least squares method for processing monitoring information of grinding equipment]. *Vymirivualna ta obchysliualna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh – Measuring and computer technology in technological processes*, 4(53), pp. 175–179.
5. Ozimok, Yu. I., Rudnitsky, R. B. (2014). Metodyka balansuvannia bahatochashkovoho abrazyvnoho instrumentu [Method of balancing a multi-cup abrasive tool]. *Naukovyi visnyk UDLU – Scientific Bulletin of UDLU*, 14.4, pp. 104–108.
6. Strutinsky, V. B., Sakhno, E. Yu. (2006). Doslidzhennia systemy shpyndelnoho vuzla z nevrivnovazhenoiu zahotovkoiu [Investigation of the spindle assembly system with an unbalanced billet]. *Promyslova hidravlika i pnevmatyka – Industrial hydraulics and pneumatics*, 1, pp. 59–63.
7. Sira, N. M. *Pidvischennya efektyvnosti shlifuvannya tsylindrichnih, stupinchastih ta krivoliniynih poverhon obertannya zi shreschenimi osyami kruga ta detali [Improving the grinding efficiency of cylindrical, stepped and curved surfaces of rotation with crossed axes of a circle and a part]* [Abstract PhD dissertation; ChNTU, Ukraine].

UDC 621.92

*Volodymyr Kalchenko, Vitalii Kalchenko, Sergii Tsybulia, Evgeny Sakhno***DETERMINATION OF ERROR OF GRINDING AND SPEED MILLING PROCESSES TAKING INTO ACCOUNT STATIC AND DYNAMIC IMBALANCE**

**Urgency of the research.** Quite often, in order to obtain the necessary precision in the manufacture of parts, they are processed on circular grinding, internal grinding, surface grinding and thread grinding machines. The previously balanced grinding wheel loses its balanced state during operation and acquires an imbalance that changes over time. One of the reasons for the change in imbalance is the wear of the grinding wheel, which can be uneven or even. Uneven wear occurs due to the variation in the strength of the cutting surface of the wheel (within the same tool). With uniform wear, including due to wheel edits, imbalance occurs due to uneven density, deviations in size, shape and location of surfaces.

**Target setting.** In the process of performing grinding work, it is necessary to take into account the fact that the spindle of the grinding machine, due to wear of the grinding wheel, pliability of supports, bending stiffness, goes into an unbalanced state, which affects the accuracy and quality of machining of parts. Therefore, the problem arises of determining the errors of the rotor position of the dynamic system, taking into account the static and dynamic imbalance, the components of the cutting forces and elastic forces arising in the supports of the spindle assembly.

**Analysis of recent research and publications.** The work considered the latest publications on this topic, which are presented in the public domain, including the Internet.

**Uninvestigated part of general matters defining.** Known studies of the accuracy of the grinding process of difficult-to-work parts do not take into account the influence of the static, dynamic and moment imbalance of the technological system of the grinding machine. However, when assessing the accuracy of the position of the spindle in spatial coordinates and the accuracy of manufacturing a given part in the mathematical model of the machining process, the listed factors must be taken into account. Therefore, these studies enable the designer to improve the design accuracy of metal-cutting machine tools of the grinding group when processing parts that have a structural imbalance.

**The research objective.** The purpose of this research is to model the position of the spindle of grinding and milling machines, taking into account the inertial forces that arise due to static and dynamic imbalance of the rotor assembly, which determines the accuracy and quality of the machining process.

**The statement of basic materials.** The balanced state of the spindle assembly equilibrated by the manufacturer, and when processing parts on metal-cutting machines, it continuously changes. When grinding, imbalance occurs due to wear and the uneven structure of the grinding wheel. In the process of machining a rotating part, it is due to an unbalanced workpiece. To compensate for the mode change in imbalance and in order to improve the quality of processing, especially at finishing operations, without reducing the standard cutting conditions, correction masses, discs driven by hydrostatic or hydrodynamic supports are installed on the machine spindle.

**Conclusions.** As a result, of the research carried out in the work, a mathematical model of the position of the spindle of a grinding machine was obtained, taking into account the components of the static and dynamic imbalance of the rotor, which arises due to errors in the technological system of the machine and wear of the grinding wheel. Using this model, it is possible to calculate the machining errors that occur during cutting. In addition, this study makes it possible to clarify the effect of errors in the grinding process on the quality of processing parts, which makes it possible to optimize cutting conditions, and accordingly increase the efficiency of the grinding process. This technique can also be used for high-speed milling, which is an alternative to grinding.

**Keywords:** milling; grinding, error, accuracy.

**Fig.:** 1. **References:** 7.

**Кальченко Володимир Віталійович** – доктор технічних наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи, Національний університет «Чернігівська політехніка» (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14035, Україна).

**Kalchenko Volodymyr** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-rector in scientific and pedagogical work, Chernihiv Polytechnic National University (95 Shevchenka Str., 14035 Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** vvkalchenko74@gmail.com

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9072-2976>

**ResearcherID:** G-6752-2014

**Кальченко Віталій Іванович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автомобільного транспорту та галузевого машинобудування, Національний університет «Чернігівська політехніка» (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14035, Україна).

**Kalchenko Vitalii** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head road Transport Industry and Mechanical Engineering Department, Chernihiv Polytechnic National University (95 Shevchenka Str., 14035 Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** kalchenkovi@ukr.net

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9850-7875>

**ResearcherID:** G-9477-2014

**Цибуля Сергій Дмитрович** – доктор технічних наук, професор, директор навчально-наукового інституту механічної інженерії, технологій та транспорту, Національний університет «Чернігівська політехніка» (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14035, Україна).

**Tsybulia Sergii** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the Educational and Scientific Institute of Mechanical Engineering, Technology and Transport, Chernihiv Polytechnic National University (95 Shevchenka Str., 14035 Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** stcibula@gmail.com

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-7843-6061>

**Researcher ID:** H-1391-2016

**Сахно Євгеній Юрійович** – доктор технічних наук, професор кафедри геодезії, картографії та землеустрою, Національний університет «Чернігівська політехніка» (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14035, Україна).

**Sakhno Evgeny** – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Geodesy, Cartography and Land Management, Chernihiv Polytechnic National University (95 Shevchenka Str., 14035 Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** evsakhno@ukr.net

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-9789-7242>

**ResearcherID:** M-3987-2016