

**Світлана Корнієнко¹, Ігор Корнієнко², Андрій Тристан³,
Максим Геращенко⁴, Максим Солодчук⁵**

¹кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри кібербезпеки та математичного моделювання

Національний університет «Чернігівська політехніка» (Чернігів, Україна)

E-mail: cornel@ukr.net. ORCID <http://orcid.org/0000-0002-9162-1229>.

ResearcherID: [AAV-4708-2020](https://orcid.org/AAV-4708-2020). SCOPUS Author ID [57219057983](https://orcid.org/57219057983)

²кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри геодезії, картографії та землеустрою

Національний університет «Чернігівська політехніка» (Чернігів, Україна)

E-mail: cornelukr@gmail.com. ORCID <http://orcid.org/0000-0001-9105-0780>.

ResearcherID: [F-7236-2017](https://orcid.org/F-7236-2017). SCOPUS Author ID [57485157200](https://orcid.org/57485157200)

³доктор технічних наук, старший науковий співробітник, заступник начальника інституту з наукової роботи Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки (Чернігів, Україна)

E-mail: avtris@ukr.net. ORCID <https://orcid.org/0000-0002-2137-5712>. SCOPUS Author ID [57216296699](https://orcid.org/57216296699)

⁴начальник науково-дослідного управління

Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки, (Чернігів, Україна)

E-mail: demio99@ukr.net. ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6587-0355>

⁵начальник науково-дослідного відділу

Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки (Чернігів, Україна)

E-mail: rocket15733@gmail.com. ORCID <https://orcid.org/0000-0002-1162-6784>

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ВИПРОБУВАННЯ З ПРІОРИТЕТНИМИ ЗАЯВКАМИ

У статті розглянуто питання розробки моделі системи випробування. Для моделювання та аналізу процесів, які впливають на продуктивність випробувальної організації, використана багатофазна система масового обслуговування, у якій фазами представлені основні стадії випробування. Для різних стадій випробування здійснюється формалізація умов надходження пріоритетних зразків, особливостей обслуговування пріоритетних зразків та їхній вплив на продуктивність системи випробувань. Виводяться основні аналітичні співвідношення, що визначають продуктивність функціонування системи випробування.

Ключові слова: випробування; модель; інформаційна система; озброєння та військова техніка; продуктивність.

Рис.: 8. Бібл.: 22.

Актуальність теми дослідження. Останніми роками в Україні суттєво позбавилися процеси випробування зразків озброєння та військової техніки (ОВТ). Безумовно, це пов'язано з діями росії, яка починаючи з 2014 року чинить військову агресію проти України. Масовий характер проведення випробувань при наявних обмеженнях на ресурси випробувальної організації викликали зацікавленість у дослідженні й пошуку оптимальних режимів роботи системи випробувань. Динамічність випробувальної діяльності унеможливило обрання сталого рішення, яке спроможне максимізувати продуктивність системи випробувань організації за будь-яких умов. Це, у свою чергу, підводить до ідей розробки системи рішень, найкраще з яких автоматично обиратиметься відповідно до умов, що склалися.

Такі та інші міркування сприяли проведенню робіт у Державному науково-дослідному інституті випробувань і сертифікації ОВТ зі створення автоматизованої інформаційної системи супроводження випробувань. Аналізуючи весь спектр чинників, які впливатимуть на продуктивність системи випробувань, були визначені основні цілі створюваної інформаційної системи, а саме: науково-технічний та методичний супровід у розробці програмно-методичної документації випробувань, автоматизація організаційних робіт, процесів обробки результатів випробувань, підготовки звітної документації, налагодження дієвої комунікації та документообігу всередині випробувальної організації. Додатковим корисним ефектом, який очікується від впровадження інформаційної системи супроводження випробувань, є можливість автоматичного визначення оптимальних режимів робіт і вироблення організаційних рішень, які визначаються на основі аналізу статистичних даних щодо перебігу масових випробувань.

Постановка проблеми. Станом на сьогодні, незважаючи на воєнний стан у державі, обсяг задач з випробування ОВТ не зменшується, а навпаки, набув останніми місяцями тенденції до зростання. Зважаючи на складність і тривалість процесу випробувань, додаткове навантаження однозначно призводить до проблеми диференціації важливості зразків ОВТ, які підлягають випробуванню. Поява пріоритетності у випробуваннях в умовах обмежених ресурсів потребуватиме вироблення рішень щодо черговості проведення випробувань, а отже, і аналізу впливу «пріоритетності» на систему випробувань та загальний потік випробуваних зразків. Одним з ефективних інструментів вирішення такої проблеми є моделювання процесів у системі випробування за допомогою аналітичного апарату теорії систем масового обслуговування (СМО), яка на сьогодні набула ґрунтового розвитку й довела свою ефективність при вирішенні практичних проблем.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Загальний порядок організації проведення випробувань зразків ОВТ визначений у нормативних і методичних документах, зокрема [1-4]. У [4] передбачена потреба в запровадженні й розвитку інформаційної системи супроводження випробувань. У [5] наводиться перелік завдань, які покладаються на інформаційну систему, серед яких є задача управління ефективністю функціонування випробувальної організації. При пошуку методичних підходів, які дозволять моделювати та оптимізувати режими функціонування системи випробувань було проведено дослідження параметрів вхідного потоку зразків, які надходили на випробування [6; 7]. За допомогою методів теорії ймовірностей і математичної статистики [8-11] були визначені характеристики потоку масових надходжень випробуваних зразків, які, у свою чергу, дали змогу зупинитись на аналітичному апараті СМО для моделювання всієї системи випробувань. Фундаментальні і прикладні праці [12-19] були покладені в основу створення моделі СМО системи випробувань ОВТ у межах випробувальної організації. Основні статистичні параметри, які потрібні для моделювання процесу випробування зразків ОВТ для потреб Збройних сил України наведені у [20], а у [21] розроблена модель підготовчої стадії випробувань, мета якої дослідження впливу основних методів організації процесу випробувань на їх продуктивність.

Виділення не досліджених частин загальної проблеми. Поява у вхідному потоці «важливих» зразків ОВТ, які потребують негайного випробування, потребує нових підходів в управлінні процесом випробування. Розроблена у [21] модель, що належить до класу $M/M/n/\infty$, цілком придатна для дослідження загальних процесів впливу розподілу персоналу по стадіях і бригадах випробування на продуктивність системи випробування, але не враховує потенційну можливість надходження пріоритетних заявок. Також неможливо пряме використання відомих моделей багатоканальних СМО з пуассонівськими вхідним потоком і характером обслуговування вхідних заявок, з необмеженою чергою і пріоритетними заявками, що пов'язано з особливостями перебігу випробувань на різних стадіях. Відповідно, виникає потреба у докладному розгляді процесів обслуговування заявок і розробці моделі СМО системи випробувань, яка враховуватиме наявність пріоритетних заявок на випробуваннях та здатна моделювати процеси розподілу персоналу на всіх стадіях проведення випробувань.

Мета дослідження. На основі визначених параметрів і характеристик вхідного потоку заявок на випробування зразків ОВТ, відомих моделей багатоканальних СМО та вдосконаленої моделі СМО підготовчої стадії випробувальної організації необхідно розробити модель СМО системи випробувань з пріоритетними заявками, а також визначити її основні показники ефективності.

Виклад основного матеріалу. Модель системи випробувань, яка запропонована у [20, 21], представляється у вигляді багатофазної СМО (рис. 1).

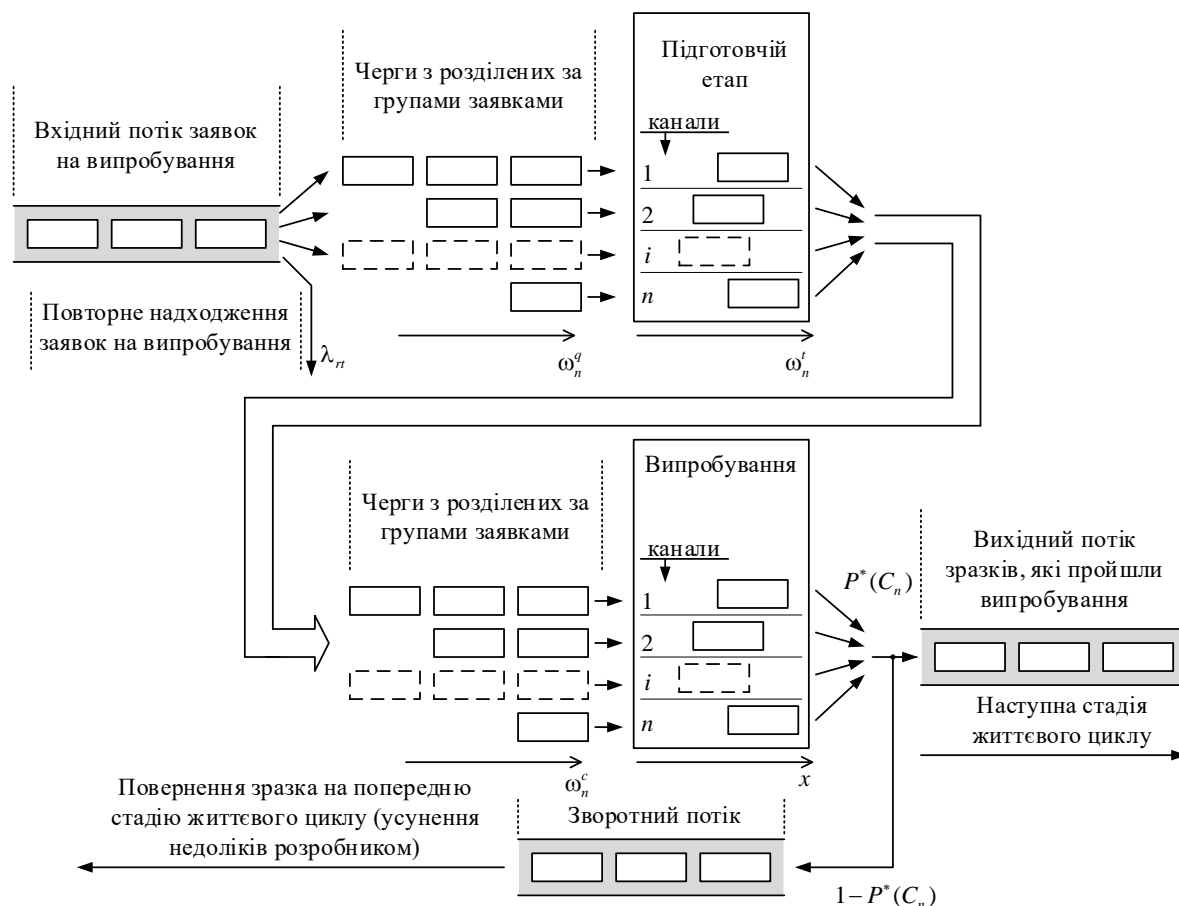


Рис. 1. Представлення системи випробувань організації у вигляді багатофазної СМО

Запропонована модель системи випробування належить до класу $M / M / n / \infty$ (згідно з класифікацією Кендала) – послідовні багатоканальні СМО з необмеженими чергами очікування заявок. У моделі (рис. 1) зразки ОВТ, які потребують випробування, представлені заявками, а різні стадії випробування виконують роль обслуговуючих пристроїв. Встановлені у [20] показникові закони розподілу випадкових величин у вхідному (часові інтервали між заявками, які надійшли на випробування зразків ОВТ) і вихідному (часові інтервали між обслуговуванням заявок) потоках випробуваних зразків є найкращим варіантом при моделюванні системи випробування за допомогою апарату СМО. По-перше, стаціонарний пуассонівський потік дозволяє використовувати марківські ланцюги, що суттєво спрощує аналітичний опис показників ефективності функціонування СМО, а отже, суттєво спрощує процес моделювання. По-друге, сума довільних незалежних потоків з інтенсивностями λ_i також є пуассонівським потоком з інтенсивністю $\Lambda = \sum_i \lambda_i$. І по-третє, канали, які розра-

ховані на пуассонівський потік вимог, забезпечуватимуть не меншу ефективність обслуговування інших видів потоків з аналогічною середньою інтенсивністю [16].

Представлені на рисунку 1 канали обслуговування заявок на різних стадіях відображають випробувальні підрозділи організації, які проводять випробування певного виду ОВТ. Проте таке схематичне зображення не означає, що весь підрозділ може обслуговувати одночасно лише одну заявку. У свою чергу, кожен підрозділ являє собою багатоканальну СМО, потенційна кількість каналів якої визначається кількістю персоналу. При цьому, один канал може обслуговувати один або декілька фахівців. Схематично, для підготовчої стадії випробувань, обслуговування заявок підрозділами можна відобразити моделлю на рисунку 2.

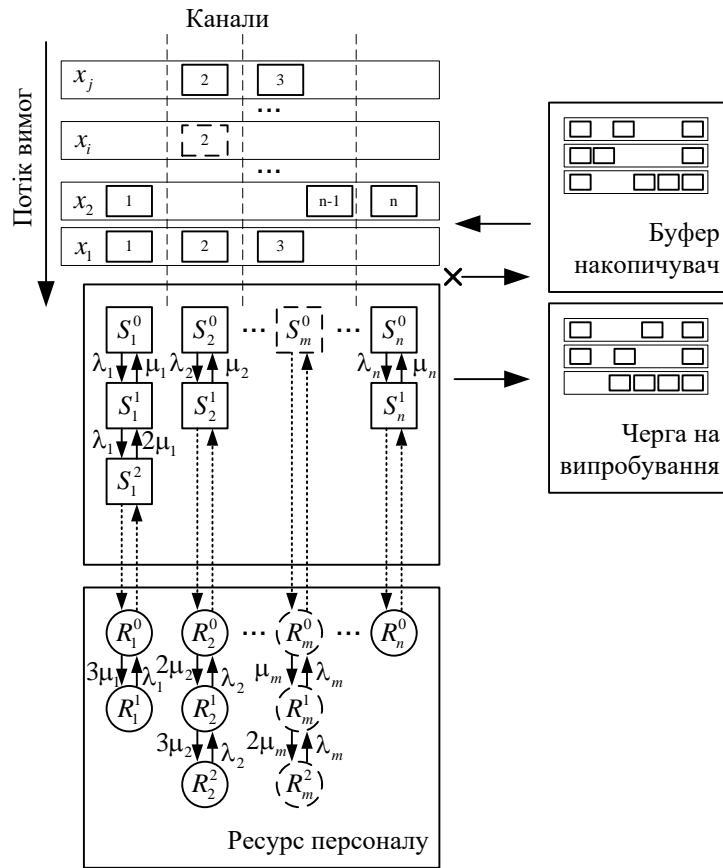


Рис. 2. Представлення підготовчого етапу випробувань за схемою марківських процесів

Наявність незайнятого персоналу характеризуються станами $R^l - l$ вільних осіб із загальної кількості осіб на канал L_m , R^0 – відсутній резерв каналу. Стан каналу з R^0 означає відмову при надходженні наступної вимоги у цей канал і переведення цієї вимоги в буфер-накопичувач. Інтенсивності λ_m і μ_m – відповідно інтенсивності надходження і підготовки до випробувань зразків ОВТ m -ої групи. Можливість зайняття одним зразком декількох каналів визначається складністю зразка, коли для випробувань потребуватимуться фахівці різного профілю.

Для відшукування аналітичних співвідношень, що характеризуватимуть показники якості функціонування системи випробувань скористаємось запропонованою у [21] моделлю СМО підготовчої стадії випробування окремого підрозділу (рис. 3).

Система випробувань (рис. 3) представлена ланцюгом Маркова, який відображає перехід стаціонарних станів системи. Кожний стан системи характеризується кількістю зайнятих обслуговуванням паралельних каналів b , кількість яких знаходиться в межах $0 \leq b \leq B$. Індекс p у позначенні можливих станів відображає моделювання на підготовчій стадії випробування.

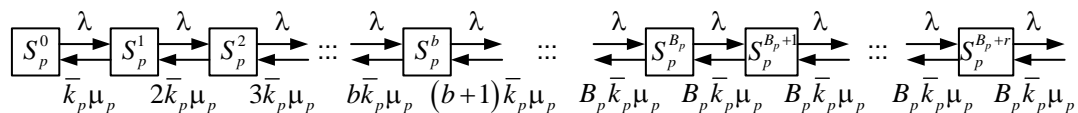


Рис. 3. Представлення підготовчої стадії випробувань за схемою марківських процесів з осередненою кількістю персоналу у випробувальних бригадах та необмеженою чергою

Кількість заявок, які можуть одночасно перебувати в черзі, відображається верхнім індексом r . Вхідний потік заявок має інтенсивність λ . У вхідному потоці пріоритетні заявки можуть мати різний ступінь важливості – ранг. Заявки з нижчим рангом пріоритетності щодо заявок із вищим рангом пріоритетності вважаються такими, що не мають пріоритету. Характеристики потоків пріоритетних заявок можна визначити за наявності достатніх статистичних даних, тоді ймовірність надходження пріоритетних заявок s -го рангу становитиме:

$$P^s \approx P^*(C_n^s) = \frac{\sum n^{(s)}}{\sum n} = \frac{\bar{m}_{n^{(s)}}}{\bar{m}_n}, \tag{1}$$

де $\bar{m}_{n^{(s)}} = M^*(n^{(s)})$ та $\bar{m}_n = M^*(n)$ – статистичні середні кількості заявок із рангом пріоритетності s та загальної кількості заявок n , що надійшли за прийнятий часовий інтервал аналізу.

Відповідно, інтенсивність надходження пріоритетних заявок рангу s становитиме $\lambda_s = \lambda P(C_n^s)$. З урахуванням того, що СМО системи випробування є розімкненою, тобто дисципліна обслуговування заявок не впливає на характер вхідного потоку, то для потоку з пріоритетними заявками, які представлені незалежними «простішими» потоками, справедливо записати $\lambda = \lambda_0 + \sum_{s=1}^S \lambda_s$, де λ_0 – потік заявок без пріоритету; λ_s – потоки заявок з пріоритетом s -го рангу.

Інтенсивність обслуговування каналів μ визначається добутком $\bar{k}\mu_p$, де \bar{k} – середня кількість фахівців у випробувальній бригаді; μ_p – продуктивність окремого фахівця випробувальної бригади. Потреба в такому розгляді продуктивності каналів виникла внаслідок можливої девіації складу випробувальних бригад і дослідження впливу цього явища на продуктивність системи випробування загалом. Навантаження СМО при такому представленні інтенсивності обслуговування становитиме $\rho_p = \frac{\lambda}{\bar{k}_p \mu_p}$.

Аналогічним є представлення другої фази системи випробування – практичного випробування та обробки результатів дослідів, графічна модель якої представлена на рисунку 4:

Стани і змінні цієї моделі відповідають аналогічним станам і змінним у моделі підготовчої стадії випробування. Індекс t (*testing*) у позначеннях станів моделі та інших змінних (рис. 4) показує їх належність до стадії практичного випробування. Зауважимо на особливостях вхідного потоку зразків на практичній стадії випробування.

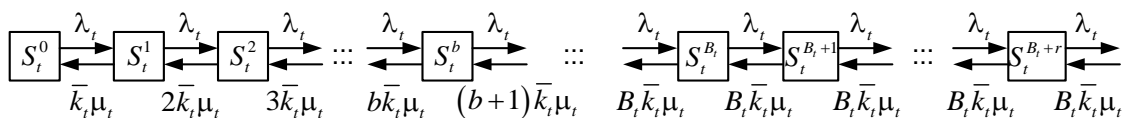


Рис. 4. Представлення стадії практичного випробування за схемою марківських процесів з осередненою кількістю персоналу у випробувальних бригадах та необмеженою чергою

Сумарний потік складатиметься з потоку пріоритетних та непріоритетних заявок, які пройшли підготовчу стадію (вихідний потік підготовчої стадії) та потоку зразків, які раніше були зняті з випробування та надійшли повторно (див. рис. 1), тобто:

$$\lambda_t = \lambda + \lambda_{rt} = \lambda_0 + \sum_{s=1}^S \lambda_s + \lambda_{rt}, \tag{2}$$

де λ_{rt} – потік заявок, які надійшли повторно на практичну стадію випробування, минаючи підготовчу стадію (індекс rt – *retesting*). За статистичними оцінками [6; 20], частка такого повторного потоку складала близько 15 % від загального вхідного потоку λ . Враховуючи незалежність подій, пов'язаних із невдалим випробуванням різних зразків (зразків ОВТ різного типу, різних розробників, які поставлені на випробування в довільний час та зняті з випробування по мірі виявлення неприпустимих недоліків) можна очікувати, що потік λ_{rt} також можна віднести до класу «простіших» потоків, тобто формула (2) є справедливою, що дозволяє моделювати стадію практичних випробувань за схемою марківських ланцюгів.

Поведінка моделей СМО різних стадій випробування (рис. 3) і (рис. 4) при надходженні пріоритетних заявок визначатиметься дисципліною обслуговування заявок, що залежить від виду пріоритету заявки. «Абсолютний» пріоритет заявки залишить без змін продуктивність обох моделей у випадку наявності вільних каналів обслуговування у стаціонарному стані СМО. Варто зауважити, що кількість вільних каналів визначається наявністю незадіяного на час обслуговування заявки персоналу. При цьому канали обслуговування не є статичними за своєю сутністю (маємо на увазі склад випробувальної бригади), а формуються кожен раз наново по мірі обслуговування заявок, зважаючи на вид зразка, що надійшов на випробування, і компетентностей інженерів-випробувачів.

У випадку, якщо заявка з «абсолютним» пріоритетом надійшла на підготовчу стадію, а всі канали є зайнятими, то заявка без пріоритету, яка надійшла останньою, переміщується в чергу, а її місце посідає заявка з пріоритетом (рис. 5).

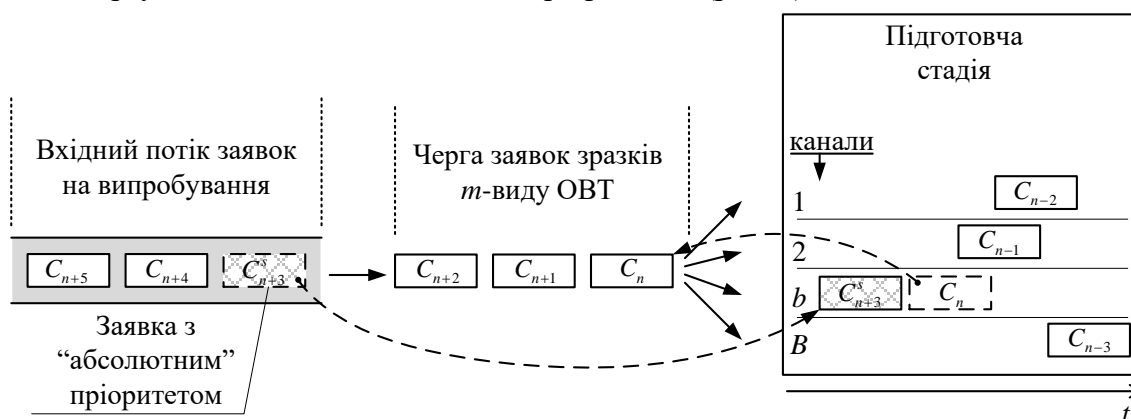


Рис. 5. Надходження заявки з «абсолютним» пріоритетом до підготовчої стадії випробування

Відмінністю СМО системи випробування від абстрактної СМО є можливі варіанти дообслуговування непріоритетної заявки яка потрапила у чергу: заявка дообслуговується першим вивільненим каналом (персоналом, який вивільнився від виконання інших завдань); заявка очікує вивільнення того самого каналу (персоналу), який був зайнятий пріоритетною заявкою. Зважаючи на складності моделювання другого варіанту дообслуговування непріоритетної заявки та з урахуванням принципів комплектування команд випробувачів, що було викладено раніше, надалі розглядатимемо тільки перший варіант дообслуговування заявки першим вивільненим каналом СМО. Також на користь прийняття першого варіанта говорить і елементарний принцип «справедливого» обслуговування – відтермінована заявка без пріоритету не буде очікувати нескінченно довго, у той час як інші заявки без пріоритету, які, навіть, надійшли пізніше, будуть обслужені. Безумовно, можна припустити, що новий персонал може скористатися раніше проведеними роботами підготовчої стадії і всю роботу по непріоритетній заявці не прийдеться виконувати спочатку.

На практиці варто очікувати, що дообслуговування заявки без пріоритету супроводжуватиметься певною втратою часу τ_l , що пояснюється людським фактором переорієнтування на інший вид робіт (інший зразок, нова документація, ознайомлення й вивчення виконаної частини роботи). Тоді в розрахунках можна прийняти, що загальні втрати часу внаслідок дообслуговування непріоритетних заявок становитимуть:

$$\tau_L(\Delta t) = n_s(\Delta t)\tau_l, \tag{3}$$

де $n_s(\Delta t)$ – кількість пріоритетних заявок, яка надійшла за період часу Δt . Відповідно, інтенсивність обслуговування потоку заявок, у якому є заявки з «абсолютним» пріоритетом, становитиме

$$\mu_p = \frac{\Delta t - \tau_L(\Delta t)}{n_\Sigma}, \tag{4}$$

де Δt – прийнятий часовий інтервал аналізу; n_Σ – загальна кількість заявок (з пріоритетом і без), яка надійшла на обслуговування за інтервал часу Δt . Якщо взяти за увагу, що для системи випробувань прийнятий інтервал аналізу 1 тиждень, то з (4), з урахуванням (3), маємо остаточну інтенсивність для потоку з заявками з "абсолютним" пріоритетом:

$$\mu'_p = \frac{1 - \tau_L}{n_\Sigma} = \frac{1 - n_s\tau_l}{n_\Sigma}. \tag{5}$$

Одержаний вираз (5) справедливий для випадку, якщо на вхід системи надходять рівнозначні пріоритетні заявки та лише у випадку відсутності вільних каналів, коли можна очікувати припинення обслуговування непріоритетної заявки при надходженні пріоритетної. У цьому разі модель СМО підготовчого етапу (рис. 2) набуде такого вигляду (рис. 6):

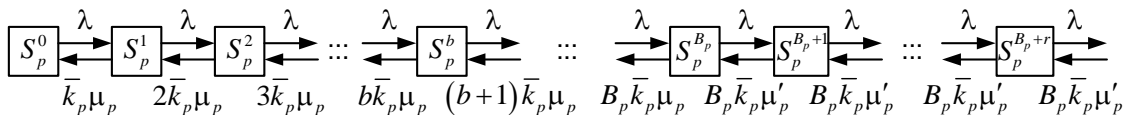


Рис. 6. Представлення підготовчої стадії випробувань за схемою марківських процесів з осередненою кількістю персоналу у випробувальних бригадах та необмеженою чергою при надходженні рівнозначних заявок з «абсолютним» пріоритетом

Інакше, якщо пріоритетні заявки мають ранги, то вираз (5) являє собою верхню оцінку інтенсивності обслуговування:

$$\mu_p^* = \mu'_p = \frac{1 - n_s\tau_l}{n_\Sigma}. \tag{6}$$

Нижню оцінку інтенсивності обслуговування, яка розраховується на найгірший можливий випадок, можна представити формулою:

$$\mu_{*p} = \frac{1 - n_s\tau_l - (n_s - 1)\tau_l}{n_\Sigma} = \frac{1 - \tau_l(2n_s - 1)}{n_\Sigma}. \tag{7}$$

Таке представлення нижньої оцінки ґрунтується на тому, що з усіх потенційно можливих комбінацій надходження пріоритетних заявок, з невизначеними інтервалами між надходженням заявок, за довільний інтервал аналізу, принаймні одна заявка матиме найвищий пріоритет відносно інших.

Відповідно до цього, модель СМО підготовчого етапу (рис. 3) для випадку надходження ранжованих заявок з «абсолютним» пріоритетом набуде такого вигляду (рис. 7):

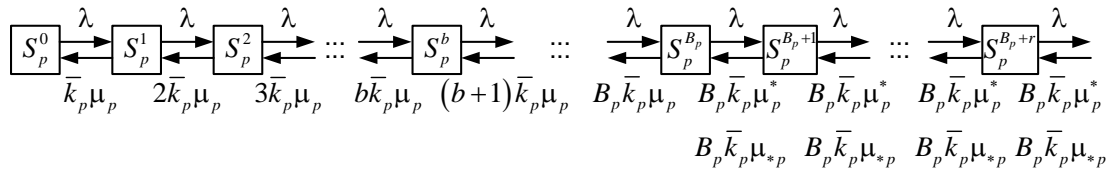


Рис. 7. Представлення підготовчої стадії випробувань за схемою марківських процесів з осередненою кількістю персоналу у випробувальних бригадах та необмеженою чергою при надходженні ранжованих заявок з "абсолютним" пріоритетом

При надходженні заявки з «абсолютним» пріоритетом на обслуговування при всіх зайнятих каналах стадії практичного випробування слід очікувати, що така заявка потрапить у перше місце черги (рис. 8), оскільки навряд чи буде переривання ходу практичних випробувань зразка ОВТ, до яких залучено, крім випробувальної бригади, представників підприємства розробника, персонал випробувального полігону, а також, можливо, спеціально навчений екіпаж, який керує та використовує випробуваний зразок.

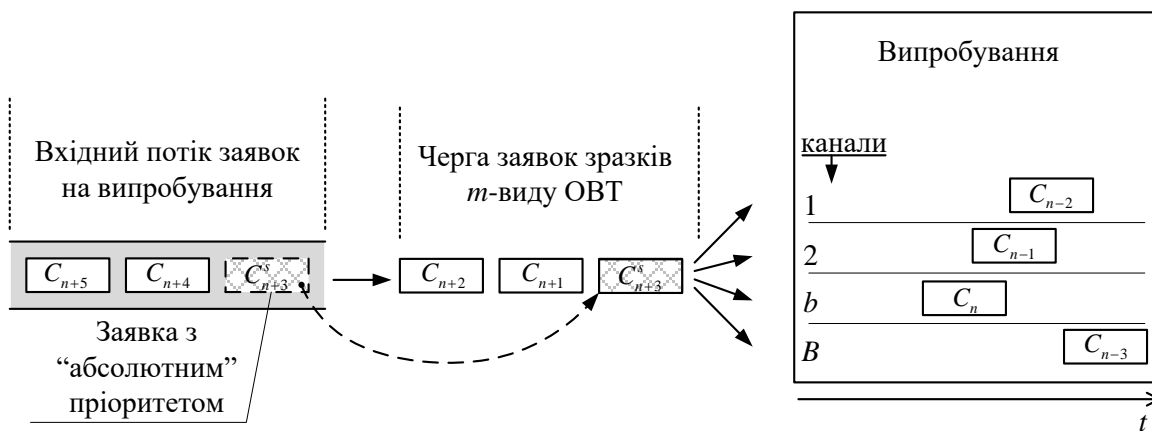


Рис. 8. Надходження заявки з «абсолютним» пріоритетом до стадії практичного випробування

У випадку, якщо надходить заявка з "відносним" пріоритетом до будь-якої стадії випробування – переривання обслуговувань заявок без пріоритету не відбувається, при цьому пріоритетна заявка стає на перше місце в черзі (ситуація відповідає моделі на рис. 6).

Для моделювання системи випробувань за допомогою моделі Маркова (рис. 3) і (рис. 4) при надходженні заявки з будь-яким пріоритетом означає звичайний перехід системи $S_p^{B_p} \rightarrow S_p^{B_p+1}$. Зазначимо також, якщо пріоритетна заявка потрапляє на перше місце черги, то втрати часу на дообслуговування заявки без пріоритету не відбувається, і, відповідно, інтенсивність обслуговування на будь-яких стадіях випробування не змінюється.

Скористаємось відомими з [12-19; 20] співвідношеннями для визначення показників якості СМО типу $M / M / n / \infty$. Стационарні ймовірності знаходження СМО в різних можливих станах для заявок з «відносним» пріоритетом становитимуть:

у стані S_p^0 :

$$P_p^0 = \left(\sum_{b=0}^{B_p} \frac{\rho_p^b}{b!} + \frac{\rho_p^{B_p+1}}{B_p!(B_p - \rho_p)} \right)^{-1}; \tag{8}$$

у стані S_p^b :

$$P_p^b = \frac{\rho_p^b}{b!} P_p^0; \quad (9)$$

у стані $S_p^{B_p+r}$:

$$P_p^{B_p+r} = \frac{\rho_p^{B_p+r}}{B_p! B_p^r} P_p^0. \quad (10)$$

Змінні у наведених формулах (8), (9) і (10) містять в собі індекс p , який відображає підготовчу стадію випробувань, проте, враховуючи ідентичність Марківських моделей, наведених на рис. 3 і рис. 4, формули (8), (9) і (10) також будуть справедливі і для стадії практичних випробувань, для чого потрібно змінити індекси p на t .

У випадку надходження заявок з «абсолютним» пріоритетом для підготовчої стадії системи випробувань змінюється інтенсивність обслуговування заявок без пріоритету, які надходять із черги (рис. 6). Відповідно, стаціонарні ймовірності перебування у різних станах при надходженні заявок з «абсолютним» пріоритетом без рангів записуються у вигляді:

у стані S_p^0 :

$$P_p^0 = \left(\sum_{b=0}^{B_p} \frac{\rho_p^b}{b!} + \frac{\rho_p^{B_p+1}}{B_p! (B_p - \rho_p')} \right)^{-1}, \quad (11)$$

де $\rho_p' = \frac{\lambda}{k_p \mu_p'}$ – навантаження СМО у черзі;

у стані S_p^b :

$$P_p^b = \frac{\rho_p^b}{b!} P_p^0; \quad (12)$$

у стані $S_p^{B_p+r}$:

$$P_p^{B_p+r} = \frac{\rho_p^{B_p+r}}{B_p! B_p^r} P_p^0. \quad (13)$$

Стаціонарні ймовірності перебування в різних станах при надходженні ранжованих заявок з «абсолютним» пріоритетом матимуть у своєму складі верхню – μ_p^* й нижню – μ_{*p} оцінки інтенсивності обслуговування, які при підстановці у (11) та (13) замість μ_p' дозволять отримати максимальну й мінімальну оцінку ймовірності перебування у стаціонарних станах. Далі, при розгляді показників продуктивності СМО будемо враховувати, що при надходженні заявок з «абсолютним» пріоритетом при підстановці у формули стаціонарних ймовірностей станів СМО потрібно використовувати формули (11), (12) та (13).

Вважаючи, що метою моделювання системи випробування є дослідження і максимізація пропускної спроможності системи випробувань ОВТ при обмежених ресурсах, а також дослідження швидкості обслуговування і просування заявок у системі, далі розглянемо стаціонарні ймовірнісні характеристики заявок.

Стационарна ймовірність беззупинного обслуговування довільної заявки, яка еквівалентна знаходженню системи в будь-якому стані, при якому ще є принаймні один вільний канал:

$$P_p^S = P_p^0 \sum_{b=0}^{B_p-1} \frac{\rho_p^b}{b!} = 1 - P_p^B.$$

Ця ймовірність визначає потенційну можливість відсутності черги. Також, за умови визначення інтенсивності вхідного потоку, ймовірність беззупинного обслуговування заявки характеризуватиме достатність кількісного складу персоналу для беззупинного обслуговування заявок, у тому числі неперіоритетних заявок.

Стационарна ймовірність потрапляння заявки у чергу:

– для заявок без пріоритету та заявок з «відносним» пріоритетом визначається станом системи, коли всі канали обслуговування зайняті, тобто:

$$P_p^B = \frac{\rho_p^{B_p}}{B_p!} P_p^0; \quad (14)$$

– для заявок з «абсолютним» пріоритетом обслуговування потрапляння заявки у чергу можливе, коли всі канали зайняті заявками з пріоритетами, причому ранг таких заявок не може бути меншим, чим ранг заявки, що надійшла в систему. Тоді для заявок з s пріоритетом:

$$P_p^B = \frac{(\rho_p^s)^{B_p}}{B_p!} \left(\sum_{b=0}^{B_p} \frac{\rho_p^{s b}}{b!} + \frac{\rho_p^{s B_p+1}}{B_p! (B_p - \rho_p^s)} \right)^{-1}, \quad (15)$$

де $\rho_p^s = \frac{\sum_{i=s+1}^S \lambda_i}{k_p \mu_p}$ – навантаження СМО пріоритетними заявками з вищим ніж s пріоритетом

$\{s+1, s+2, \dots, S\}$. В окремому випадку, коли пріоритетні заявки не мають рангів (тобто всі пріоритетні заявки рівнозначні) навантаження СМО у формулі (15) становитиме

$\rho_p^s = \frac{\lambda_s}{k_p \mu_p}$. Для стадії практичних випробувань стационарна ймовірність потрапляння за-

явки в чергу визначається формулою (14).

Стационарна ймовірність призупинення обслуговування конкретної заявки внаслідок

надходження заявки з вищим пріоритетом: $P_p^{s_break} = \sum_{i=s+1}^S (P_p^s)_i$,

де P_p^s – ймовірність надходження пріоритетної заявки s рангу на підготовчому етапі випробувань. В окремому випадку рівнозначності пріоритетних заявок – ймовірність призупинення обслуговування заявки без пріоритету при надходженні заявки з «абсолютним» пріоритетом: $P_p^{Break} = P_p^s$.

Середня кількість заявок, які перебувають на обслуговуванні: $L_p^S = \frac{\lambda}{k_p \mu_p} = \rho_p$.

Середнє число заявок у черзі:

$$L_p^q = \frac{\rho_p^{B_p+1} B_p}{B_p! (B_p - \rho_p)^2} P_p^0. \quad (16)$$

Для випадку заявок з "абсолютним" пріоритетом на підготовчій стадії справедливо очікувати певне збільшення часу обслуговування заявок з меншим пріоритетом, і, відповідно, слід використовувати значення інтенсивності обслуговування з формули (6), або відповідної верхньої (7) та нижньої оцінки (8). Аналогічні міркування стосуються стаціонарної імовірності перебування у стані P_p^0 .

Середнє число заявок на підготовчій стадії: $L_p = L_p^s + L_p^q$.

Середній час перебування заявки на обслуговуванні на підготовчій стадії: $\omega_p^t = \frac{1}{\mu_p}$.

Середній час очікування заявки у черзі за формулою Літтла [22]: $\omega_p^q = \frac{L_p^q}{\lambda}$.

Середній час перебування заявки на підготовчій стадії випробування:

$$t_p = \omega_p^t + \omega_p^q = \frac{L_p^q}{\lambda} + \frac{1}{\mu_p}.$$

Аналогічно обчислюються середні кількісні та часові характеристики заявок на практичній стадії випробувань.

Абсолютна пропускна здатність підготовчої стадії випробувань для СМО з необмеженою чергою приймають $Q_p = 1$. Продуктивність СМО без постановки заявок у чергу: $Q_p^* = \lambda P_p^s$.

Коефіцієнт завантаження СМО: $\eta_p = \sum_{b=1}^{B_p} S_p^b P_p^b = \rho_p (1 - P_p^0)$. Для випадку надходження заявок з абсолютним пріоритетом підстановки підлягають відповідні значення ρ_p і P_p^0 .

Середня кількість зайнятих фахівців: $\bar{N}_p = \bar{k}_p \rho_p = \frac{\lambda}{\mu_p}$.

Середній час простою: $t_p^0 = P_p^0 T$, де T – період аналізу системи.

Середня інтенсивність просування заявки на підготовчій стадії випробування:

$$\lambda_p^i = 1/t_p.$$

Нагадаємо, що в зв'язку з еквівалентністю моделей підготовчої стадії і стадії випробувань немає сенсу дублювати наведені вирази для практичної стадії, достатньо змінити індекс p на t , і врахувати, що на практичній стадії випробувань заявки не можуть мати «абсолютного» пріоритету.

Середня інтенсивність просування заявки в системі випробування: $\Lambda = \frac{1}{t_p + t_t}$. За-

уважимо, що значення Λ за своїм сенсом еквівалентно продуктивності системи випробувань, оскільки метою оптимізації режимів роботи, безумовно, є мінімізація часу перебування заявки в системі випробування.

Висновки. Запропонована у статті аналітична модель багатофазної СМО системи випробування з пріоритетними заявками дозволяє безпосередньо перейти до моделювання і пошуку оптимальних режимів функціонування випробувальної організації. Модель ґрунтується на відомих аналітичних співвідношеннях, які одержали розвиток відповідно до специфіки проведення різних стадій випробування. На відміну від

розглядуваних раніше моделей СМО системи випробування [21], модель дозволяє обчислювати вплив можливих потоків пріоритетних заявок, які, у свою чергу, можуть мати власну систему рангів.

Подальше застосування моделі базується на використанні статистичних даних і параметрів вхідного потоку [5; 6] і наближених статистичних оцінок продуктивності функціонування випробувальних бригад [20]. Аналіз продуктивності системи випробування при надходженні пріоритетних заявок має передбачувати розробку варіантів надходження пріоритетних заявок до різних стадій випробування та системи сценаріїв використання персоналу. Використовуване при цьому поняття математичного сподівання задіяних фахівців на канал СМО \bar{k} дає змогу врахувати різну кількість фахівців у випробувальних бригадах, уникаючи при цьому зайвого ускладнення моделі.

Кінцева реалізація моделі можлива в автоматизованій інформаційній системі супроводження випробувань у складі модуля менеджменту випробувань для аналізу й видачі організаційних рішень, які сприятимуть підвищенню продуктивності системи випробувань організації.

Список використаних джерел

1. Про затвердження Порядку розроблення, освоєння та випуску нових видів продукції оборонного призначення, а також припинення випуску існуючих видів такої продукції [Електронний ресурс]: Постанова Кабінету Міністрів України № 234 (2021). – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/234-2021-%D0%BF#Text>.
2. Про затвердження Порядку проведення випробувань зразків озброєння та військової техніки [Електронний ресурс]: Постанова Кабінету Міністрів України № 159 (2021). – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/159-2021-%D0%BF#Text>.
3. Держстандарт України. (1995). Випробування і контроль якості продукції. Терміни та визначення (ДСТУ 3021-95).
4. Методичні рекомендації щодо організації наукової і науково-технічної діяльності у Збройних Силах України. (Ч. 4). Основи організації випробувань зразків (комплексів, систем) озброєння і військової техніки для потреб Збройних Сил України. ВНУ ГШ ЗС України. – 2020.
5. Щодо можливих функціональних компонент інформаційної системи супроводження випробувань Збройних сил України [Електронний ресурс] / І. Корнієнко, С. Корнієнко, Д. Камак, С. Казначей, О. Жирна // Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки. – 2020. – № 6. – С. 52–61. – Режим доступу: <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.6.2020.06>.
6. Формування параметрів вхідного потоку вимог на випробування озброєння і військової техніки [Електронний ресурс] / І. В. Корнієнко, С. П. Корнієнко, В. А. Дмитрієв, А. Г. Павленко, Д. О. Камак // Озброєння та військова техніка. – 2020. – № 3(27). – С. 95-102. – Режим доступу: [https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.3\(27\).95-102](https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.3(27).95-102).
7. Investigation of the Model of Testing for Weapons and Military Equipment [Electronic resource] / Korniienko I., Korniienko S., Dmytriiev V., Pavlenko A., Kamak D. // Mathematical Modeling and Simulation of Systems (MODS'2020). MODS 2020. Advances in Intelligent Systems and Computing / Shkarlet S., Morozov A., Palagin A. (Eds.). – 2021. – Vol. 1265. Springer, Cham. – Accessed mode: https://doi.org/10.1007/978-3-030-58124-4_30.
8. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – К.; Л.: Рад. шк. 1949. –
9. Cramer H. Mathematical Methods of Statistics / H. Cramer. – Princeton University Press, Princeton, 1946.
10. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 577 с.
11. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.
12. Kleinrock L. Queueing systems / L. Kleinrock. – New York, 1975. – Vol. I: theory. John Wiley & Sons.

13. Kleinrock L. *Queueing systems: problems and solutions* / L. Kleinrock, R. Gail. – A Wiley-Interscience publication. New York : NY [u.a.] : Wiley, 1996.
14. Allen A. *Probability, Statistics and Queuing Theory with Compute Science Applications* / A. Allen. – Second Edition. – Academic Press Inc., 1990.
15. Saaty T. L. *Stochastic network flows: advances in networks of queues* / Saaty T. L. // *Congestion Theory* / Smith W. L., Wilkinson W. E. (Eds.). – Chapel Hill : University of North Carolina, 1964. – Pp. 86-107.
16. Казачинский В. З. *Математические методы решения военно-специальных задач* / В. З. Казачинский, Г. Е. Левитский. – К. : ВА ВПВО, 1980. – 292 с.
17. Ложковський А. Г. *Теорія масового обслуговування в телекомунікаціях : учебник* / А. Г. Ложковський. – Одеса : ОНАС ім. А. С. Попова, 2012. – 112 с. : ил.
18. *Performance Analysis and Optimal Allocation of Layered Defense M/M/N Queueing Systems* [Electronic resource] / Li L., Liu F., Long G., Zhao H., Mei Y. // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2016. – Pp. 1-21. – Accessed mode: <https://doi.org/10.1155/2016/5915918>.
19. *Analysis on Aircraft Sortie Generation Rate Based on Multi-class Closed Queueing Network* / Mao Z., Yu-juan W., Chao W., Sheng H. // *Proceedings 2nd International Conference on Computer Science and Electronic Engineering, ICCSEE*. – 2013. – Pp. 1877-1880.
20. *Modeling and Analysis of the Main Statistical Parameters of the Testing System of Special Equipment* [Electronic resource] / Korniienko I., Korniienko S., Dmytriiev V., Pavlenko A., Kamak D. // *Mathematical Modeling and Simulation of Systems. MODS 2021. Lecture Notes in Networks and Systems* / Shkarlet S. et al. (Eds.). – 2022. – Vol. 344. – Springer. Cham. – Accessed mode: https://doi.org/10.1007/978-3-030-89902-8_34.
21. Розробка моделі підготовчого етапу випробувань ОВТ: модель продуктивності випробувального підрозділу [Електронний ресурс] / І. В. Корнієнко, С. П. Корнієнко, В. А. Дмитрієв, А. Г. Павленко, Д. О. Камак // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2021. – № 4(45). – С. 124-34. – Режим доступу: <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.45.16>
22. Масліков С. А. *Математична модель багатоканальної системи масового обслуговування* / С. А. Масліков, Л. П. Дюжаєв // *Вісник НТУУ «КПІ»*. Радіотехніка, радіоапаратобудування : збірник наукових праць. – 2009. – № 38. – С. 95–97.

References

1. Pro zatverdzhennia Poriadku rozroblennia, osvoiennia ta vypusku novykh vydiv produktsii oboronnoho pryznachennia, a takozh pryupynennia vypusku isnuichykh vydiv takoi produktsii [About the statement of the Order of development, development and release of new types of products of defense appointment, and also the termination of release of existing types of such products], Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine № 234 (2021) (Ukraine). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/234-2021-%D0%BF#Text>.
2. Pro zatverdzhennya Poryadku provedennya vyprobuvan' zrazkiv ozbroiennta ta viys'kovoyi tekhniki № 159 vid 17.02.2021 r." [About the statement of the Procedure for carrying out tests of samples of the weapon and military equipment], Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine № 159 (2021) (Ukraine). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/159-2021-%D0%BF#Text>.
3. State Standard of Ukraine (1995), 3021-95 *Vyprobuvannia i kontrol yakosti produktsii. Terminy ta vyznachennia [3021-95 Product testing and quality control. Terms and definitions]*.
4. *Metodychni rekomendatsii shchodo orhanizatsii naukovoї i naukovo-tekhnichnoi diialnosti u Zbroinykh Sylakh Ukrainy. Ch.4. Osnovy orhanizatsii vyprobuvan' zrazkiv (kompleksiv, system) ozbroiennta i viiskovoi tekhniki dlia potreb Zbroinykh Syl Ukrainy [Methodological recommendations regarding the organization of scientific and scientific and technical activities in the Armed Forces of Ukraine. Part 4. Basics of organizing tests of samples (complexes, systems) of weapons and military equipment for the needs of the Armed Forces of Ukraine]* (2020). VNU GSH of the Armed Forces of Ukraine.
5. Korniienko, I., Korniienko, S., Kamak, D., Kaznachei, S., & Zhyrna, O. (2020). Shchodo mozhlyvykh funktsionalnykh komponent informatsiinoi systemy suprovodzhennia vyprobuvan' Zbroinykh syl Ukrainy [Regarding the possible functional components of the information system for

supporting tests of the Armed Forces of Ukraine], *Scientific works of the State Research Institute of Testing and Certification of Weapons and Military Equipment*, (6), 52-61. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.12.2022.07>.

6. Korniienko, I., Korniienko, S., Dmytriiev, V., Pavlenko, A., & Kamak, D. (2020). Formuvannia parametriv vkhidnoho potoku vymoh na vyprobuvannia ozbroiennia i viiskovoi tekhniki [Parameters formation of the input flow of requirements for testing weapons and military equipment]. *Weapons and military equipment. Scientific and technical journal*, (3(27)), 95-102. [https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.3\(27\).95-102](https://doi.org/1034169/2414-0651.2020.3(27).95-102).

7. Korniienko, I., Korniienko, S., Dmytriiev, V., Pavlenko, A., & Kamak, D. (2021) Investigation of the Model of Testing for Weapons and Military Equipment. In S. Shkarlet, A. Morozov, A. Palagin (Eds.), *Mathematical Modeling and Simulation of Systems (MODS'2020)*. MODS 2020. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 1265. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58124-4_30.

8. Hniedenko, B.V. (1949). *Kurs teorii ymovirnosti [Course in probability theory]*. Rad. shkola.

9. Cramer, H. (1946). *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press, Princeton.

10. Venttsel, E.S. (1969). *Teoriia veroiatnosti [Probability theory]*. Nauka.

11. Gmurman, V.E. (1977). *Teoriia veroiatnosti i matematicheskaia statistika [Theory of probability and mathematical statistics]*. Vysshaia shkola.

12. Kleinrock, L. (1975). *Queueing systems* (Vol. I: theory). John Wiley & Sons, New York.

13. Kleinrock, L., & Gail, R. (1996). *Queueing systems: problems and solutions*. A Wiley-Interscience publication.

14. Allen, A. (1990). *Probability, Statistics and Queueing Theory with Compute Science Applications*. Academic Press Inc., Second Edition.

15. Saaty, T.L. (1964). Stochastic network flows: advances in networks of queues. In Smith W.L., W.E. Wilkinson (Eds.), *Congestion Theory* (pp. 86-107). University of North Carolina, Chapel Hill.

16. Kazachinskii, V.Z., & Levitskii, G.E. (1980). *Matematicheskie metody reshenia voenno-spetzialnykh zadach [Mathematical methods for solving military special problems]*. VA VPVO SV.

17. Lozhkovskiy, A.H. (2012). *Teoriya massovoho obsluzhivaniya v telekommunikatsiyakh [Theory of queueing in telecommunications]*. ONAS ym. A. S. Popova.

18. Li, L., Liu, F., Long, G., Zhao, H., & Mei, Y. (2016). Performance Analysis and Optimal Allocation of Layered Defense M/M/N Queueing Systems. *Mathematical Problems in Engineering* (pp. 1-21). <https://doi.org/10.1155/2016/5915918>.

19. Mao, Z., Yu-juan, W., Chao, W., & Sheng, H. (2013). Analysis on Aircraft Sortie Generation Rate Based on Multi-class Closed Queueing Network. *Proceedings 2nd International Conference on Computer Science and Electronic Engineering, ICCSEE* (pp. 1877-1880).

20. Korniienko, I., Korniienko, S., Dmytriiev, V., Pavlenko, A., & Kamak, D. (2022). Modeling and Analysis of the Main Statistical Parameters of the Testing System of Special Equipment. In S. Shkarlet et al. (Eds.), *Mathematical Modeling and Simulation of Systems. MODS 2021. Lecture Notes in Networks and Systems*, 344. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-89902-8_34.

21. Korniienko, I.V., Korniienko, S.P., Dmytriiev, V.A., Pavlenko, A.H., & Kamak, D.O. (2021). Rozrobka modeli pidhotovchoho etapu vyprobuvan OVT: model produktyvnosti vyprobuvannia pidrozdilu [Development of a model of the preparatory phase of test tests: a model of productivity of the test division]. *Science and technology of the Air Force of the Armed Forces of Ukraine*, 4(45), 124-34. <https://doi.org/10.30748/nitps.2021.45.16>.

22. Maslikov, S.A., & Diuzhaiev, L.P. (2009). Matematychna model bahatokanalnoi systemy masovoho obsluzhuvannia [Mathematical model of multi-channel queueing system]. *Bulletin of NTUU "KPI". Radio engineering, radio apparatus construction: a collection of scientific papers*, 38, 95-97.

Отримано 01.12.2022

**Svitlana Korniienko¹, Ihor Korniienko², Andrii Trystan³,
Maksym Herashchenko⁴, Maksym Solodchuk⁵**

¹PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Senior Lecturer of the Department cybersecurity and mathematical modeling

Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: cornel@ukr.net, ORCID <http://orcid.org/0000-0002-9162-1229>.

ResearcherID: [AAV-4708-2020](https://orcid.org/0000-0002-9162-1229), SCOPUS Author ID [57219057983](https://orcid.org/0000-0002-9162-1229)

²PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of geodesy, cartography and land planning

Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: cornelukr@gmail.com, ORCID <http://orcid.org/0000-0001-9105-0780>.

ResearcherID: [F-7236-2017](https://orcid.org/0000-0001-9105-0780), SCOPUS Author ID [57485157200](https://orcid.org/0000-0001-9105-0780)

³Doctor of Technical Sciences, Senior Research, Deputy Chief of Institute of Research Work

State Scientific reSearch Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification, (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: avtris@ukr.net, ORCID <https://orcid.org/0000-0002-2137-5712>, SCOPUS Author ID [57216296699](https://orcid.org/0000-0002-2137-5712)

⁴Chief of the Scientific-Research Department

State Scientific reSearch Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification, (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: demio99@ukr.net, ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6587-0355>

⁵Chief of the Scientific-Research Department

State Scientific reSearch Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification, (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: rocket15733@gmail.com, ORCID <https://orcid.org/0000-0002-1162-6784>

ANALYTICAL MODEL OF THE TESTING SYSTEM WITH PRIORITY REQUESTS

The military aggression carried out by the Russian Federation against Ukraine for more than eight years has significantly increased the volume of military development by the military-industrial complex of Ukraine. Considering the special importance and danger of the developed samples of weapons and military equipment, the issue of their high-quality and timely testing is crucial. The flow of samples of weapons and military equipment, which are sent to the testing organization for research, may have heterogeneity in the importance of samples for immediate mass production and supply to the troops. The priority that arises in the flow of tested samples can negatively affect the timeliness of testing non-priority samples and the throughput of the testing organization as a whole, which, in turn, forces the search for methods of effective organizational management of the testing process.

The article deals with the development of a test system model. To model and analyze the processes that affect the performance of the testing organization, a multi-phase system of mass service is used, in which the main stages of the test are represented by phases. Determined with the help of statistical analysis of the incoming flow of samples arriving for testing and the processes of servicing these samples, it was possible to model the main stages of the test according to the scheme of Markov processes. The model introduces the concept of the average number of the test team, which makes it possible to analyze the effectiveness of the distribution of personnel, which in the conditions of mass tests is a limited resource of the organization. For various stages of testing, the conditions for the receipt of priority samples, the features of maintenance of priority samples and their impact on the performance of the testing system are formalized. The main analytical ratios that determine the successful functioning of the test system are derived.

It is assumed that the implementation of the model is possible as part of an automated test support information system for analyzing the performance of the test process and developing organizational solutions aimed at optimizing the functioning modes.

Keywords: tests, model, information system, weapons and military equipment, productivity, queuing system.

Fig.:8. References: 22.