

Олексій Сергійович Васильєв¹, Андрій Михайлович Яковенко²

¹кандидат технічних наук, доцент кафедри галузевого машинобудування та мехатроніки
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (Полтава, Україна)

E-mail: a.s.vasiliev.76@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9914-5482>

²викладач

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (Полтава, Україна)

E-mail: andrii.yakovenko95@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0818-6332>

ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ ВП-10

Вібраційні плити є важливим елементом засобів малої механізації та широко застосовуються для пошарового ущільнення різноманітних матеріалів, зокрема піску, гравію, бітумних сумішей та інших будівельних компонентів. Вібраційне ущільнення відіграє ключову роль у технологічних процесах будівництва дорожніх покриттів, фундаментів та інших інженерних споруд, забезпечуючи необхідні фізико-механічні властивості матеріалів.

У цій роботі було визначено кінетичну енергію вібраційної плити ВП-10, розробленої для ущільнення ґрунтів і будівельних матеріалів в умовах обмеженого простору. В ході досліджень застосовано фізико-математичного моделювання на основі методів прикладної механіки. Визначення загальної кінетичної енергії, що є сумою кінетичних енергій окремих складових системи (плити, корпусу вібраційної плити, корпусу віброзбуджувача та дебалансу) була побудована кінематична схема досліджуваного обладнання. Отримана функціональна залежність кінетичної енергії є необхідною передумовою для подальшого математичного моделювання системи із застосуванням рівнянь Лагранжа другого роду. Виконаний аналіз дозволяє розширити уявлення про динаміку роботи вібраційної плити та сприяє вдосконаленню її конструктивних і технологічних параметрів.

Ключові слова: вібраційна плита; момент інерції; вібраційна машина; кінетична енергія; віброзбуджувач; дебаланс.

Рис.: 3. Бібл.: 11.

Актуальність теми дослідження. Вібраційне ущільнення є найбільш ефективним і поширеним методом ущільнення матеріалів [1; 2]. Аналіз динамічних характеристик вібраційного обладнання та багаторічні теоретичні й експериментальні дослідження дозволили виявити низку специфічних ефектів, що виникають під час взаємодії механічних систем із вібраційним збудженням. Вібраційні машини відзначаються високою ефективністю ущільнення, конструктивною простотою, надійністю та порівняно низькою матеріало- й енергоємністю. У сучасному машинобудуванні одним із ключових завдань є підвищення енергоефективності вібраційної техніки без втрати її продуктивності, що є особливо актуальним для будівельного сектору.

Постановка проблеми. У межах цього дослідження розглядається вібраційна плита ВП-10, призначена для ущільнення ґрунтів та будівельних матеріалів у обмежених просторах. Для оцінки впливу її конструктивних параметрів на кінематику робочого органу та загальні енерговитрати необхідно визначити кінетичну енергію механічної системи та сформулювати її математичну модель. Це дозволить оптимізувати режими роботи установок, зменшити енергоспоживання та підвищити якість ущільнення матеріалів.

Аналіз останніх джерел досліджень. Кінетична енергія є одним із найважливіших параметрів, що визначають динамічні характеристики вібраційних машин, зокрема вібраційних плит, які використовуються для ущільнення ґрунтів і будівельних матеріалів. Дослідження останніх років свідчать про те, що правильне визначення кінетичної енергії дозволяє оптимізувати робочі режими вібраційних установок, підвищити ефективність їхньої роботи та мінімізувати енергетичні витрати [3].

Розвиток вібраційних технологій у поєднанні з широким спектром теоретичних і експериментальних досліджень динаміки вібраційних машин дозволив глибше зрозуміти принципи їхньої роботи та виявити ефекти, що виникають при дії вібрацій на механічні системи [4; 5]. Особливу увагу в сучасних дослідженнях [6] приділено визначенню ключових параметрів вібраційних плит, зокрема амплітуди та частоти коливань, кінетичної енергії, параме-

трів маси та силових характеристик віброзбуджувача, які безпосередньо впливають на ефективність ущільнення. Високий рівень ефективності вібраційних установок, їхня конструктивна простота, надійність та оптимальне співвідношення маси та енерговитрат роблять ці машини невід'ємним елементом сучасних технологічних процесів.

Визначення кінетичної енергії вібраційних систем часто використовується для оцінки впливу параметрів маси, частоти та амплітуди коливань на ефективність ущільнення матеріалів. У сучасних наукових працях розглядається питання вдосконалення робочих процесів обладнання через математичне моделювання, що дозволяє більш точно прогнозувати їхню поведінку та покращувати конструктивні рішення [5]. Однак більшість із цих досліджень орієнтовані на загальні моделі або інші типи вібраційного обладнання, що може обмежувати їхню застосовність для конкретних конструкцій, зокрема для ВП-10. Отримання оригінальної моделі дозволяє більш точно дослідити роботу вібраційної плити.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Дослідження вібраційних плит для ущільнення матеріалів у будівельній галузі є актуальним завданням, що охоплює аналіз їхньої динаміки та впливу на різні типи ущільнюваних середовищ. Оскільки кожна машина має унікальні конструктивні та динамічні характеристики, процес визначення її параметрів, зокрема кінетичної енергії, потребує індивідуального підходу. Дослідження динамічних параметрів вібраційної плити ВП-10 дає змогу глибше зрозуміти особливості її функціонування. Однією з ключових проблем є визначення кінетичної енергії системи, що дозволяє оцінити ефективність передавання енергії від віброзбуджувача до робочого органу та подальше формування оптимальних режимів експлуатації.

Мета статті. Визначення кінетичної енергії розробленої вібраційної плити ВП-10 для ущільнення ґрунтів і будівельних матеріалів в умовах обмеженого простору. Отримана функціональна залежність кінетичної енергії є необхідною передумовою для подальшого математичного моделювання системи із застосуванням рівнянь Лагранжа другого роду.

Виклад основного матеріалу. Для проведення комплексного аналізу динаміки роботи вібраційної машини [7] необхідно детально дослідити вплив основних параметрів її конструкції на рух робочого органу. Зокрема, слід визначити оптимальне співвідношення між масою окремих конструктивних елементів, величиною вимушуючої сили, що генерується віброзбуджувачем, та зовнішньою рушійною силою. Важливим аспектом у цьому контексті є визначення кінетичної енергії вібраційної плити, оскільки ця характеристика безпосередньо впливає на ефективність передавання енергії від віброзбуджувача до ущільнюваного матеріалу. Аналіз кінетичної енергії дозволяє оцінити енергетичні витрати процесу, визначити режими роботи, що забезпечують максимальну продуктивність, та мінімізувати непродуктивні витрати енергії, що, у свою чергу, сприяє підвищенню ефективності ущільнення.

Для визначення положення й опису рухів тіл розглядуваної механічної системи застосуємо три системи координат: нерухому Oyz і рухомі $Sy'z'$ та Sy_1z_1 . Початок відліку O нерухомої системи Oyz пов'яжемо з центром інерції C плити 4 у початковому положенні механічної системи, яке подано на рис. 1. Початок відліку обох рухомих систем координат рухається разом із точкою C ; при цьому система Sy_1z_1 рухається самостійно поступально, через що її осі лишаються паралельними осям нерухомої системи координат, а система $Sy'z'$ жорстко пов'язана з плитою 4. У початковому положенні механічної системи усі три системи координат збігаються, а при русі механічної системи точка C характеризує рух центра інерції плити в нерухомій системі Oyz .

Зобразимо на рис. 1 кінематичну схему досліджуваної механічної системи у її певному положенні в довільний момент часу t .

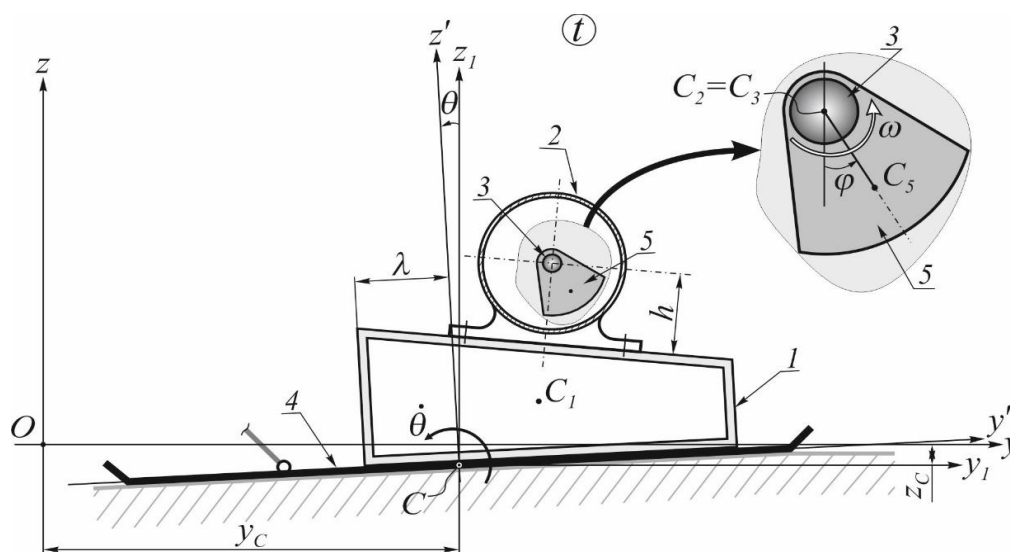


Рис. 1. Кінематична схема механічної системи

Оскільки механічна система, що моделює віброташину, складається з чотирьох матеріальних тіл, то кінетична енергія цієї механічної системи

$$T = T_1 + T_2 + T_4 + T_5, \quad (1)$$

де T_1 , T_2 , T_4 і T_5 – відповідно кінетичні енергії корпусу 1, корпусу віброзбуджувача 2, плити 4 і дебалансу 5.

Для знаходження T_4 оберемо за полюс точку C плити 4; враховуючи, що плита 4 здійснює плоскопаралельний рух, за теоремою Кеніга [8]

$$T_4 = \frac{m_4 \cdot V_C^2}{2} + \frac{I_{4C} \cdot \omega_4^2}{2}, \quad (2)$$

де V_C – модуль швидкості точки C ; $\omega_4 = \dot{\theta}$ – модуль миттєвої кутової швидкості плити 4 навколо осі Ω миттєвого обертання, яка в розглядуваному положенні механічної системи проходить через точку C перпендикулярно до площини розташування механічної системи; I_{4C} – осьовий момент інерції плити 4 (як однорідної абсолютно твердої прямокутної пластини розмірами $\ell_4 \times \delta_4$) відносно зазначеної осі миттєвого обертання, який згідно з [8] дорівнює:

$$I_{4C} = \frac{m_4 \cdot (\ell_4^2 + \delta_4^2)}{3}. \quad (3)$$

При координатному способі визначення руху точки [9] при русі точки в площині Oyz модуль

$$V_C = \sqrt{V_{Cy}^2 + V_{Cz}^2}, \quad (4)$$

де $V_{Cy} = \dot{y}_C$ і $V_{Cz} = \dot{z}_C$ – проєкції вектора $\vec{v}_C$ швидкості точки C на осі нерухомої системи відліку Oyz ; тоді

$$V_C^2 = \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2. \quad (5)$$

Підставляючи наведені значення в формулу (2), дістанемо, що:

$$T_4 = \frac{m_4}{2} \cdot (\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) + \frac{I_{4C} \cdot \dot{\theta}^2}{2}. \quad (6)$$

Аналогічно до визначення T_4 , кінетична енергія корпусу 1

$$T_1 = \frac{m_1 \cdot V_{C_1}^2}{2} + \frac{I_1 \cdot \omega_1^2}{2}, \quad (7)$$

де v_{C_1} – модуль швидкості центра інерції C_1 корпусу 1; ω_1 – модуль миттєвої кутової швидкості корпусу 1 навколо осі його миттєвого обертання, яка в розглядуваному положенні механічної системи проходить через точку C_1 перпендикулярно до площини розташування механічної системи; I_1 – осьовий момент інерції корпусу 1 відносно зазначеної осі миттєвого обертання.

Визначення положення центра інерції C_1 корпусу 1 вібраційної плити ВП-10, та алгоритм вирішення прикладної задачі статички викладено в попередніх матеріалах [10].

Підставляючи знайдені величини V_{C_1} , I_1 і ω_1 у формулу (7) та перетворюючи, дістанемо:

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot (\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_1 \cdot \ell_1 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_1 + \theta) - m_1 \cdot \ell_1 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_1 + \theta) + (I_1 + m_1 \cdot \ell_1^2) \cdot \frac{\dot{\theta}^2}{2}. \quad (8)$$

Врахуємо, що згідно з теоремою Штейнера-Гюйгенса [11] в останньому доданку отриманого виразу множник

$$I_1 + m_1 \cdot \ell_1^2 = I_{1C}, \quad (9)$$

де I_{1C} – момент інерції корпусу 1 відносно осі Ω миттєвого обертання плити 4, яка проходить через точку C .

Надамо T_1 вигляду:

$$T_1 = \frac{m_1}{2} \cdot (\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_1 \cdot \ell_1 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_1 + \theta) - m_1 \cdot \ell_1 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_1 + \theta) + J_{1C} \cdot \frac{\dot{\theta}^2}{2}. \quad (10)$$

Аналогічно до визначення T_1 послідовно встановлюємо, що після відповідних перетворень:

$$T_2 = \frac{m_2 \cdot V_{C_2}^2}{2} + \frac{I_2 \cdot \omega_2^2}{2}, \quad (11)$$

де v_{C_2} – модуль швидкості центра C_2 інерції корпусу 2 *віброзбуджувачі*; модуль миттєвої кутової швидкості корпусу 2 навколо осі його миттєвого обертання.

$$\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_C + \vec{V}_{CC_2}, \quad (12)$$

де $\vec{V}_{CC_2}$ – вектор лінійної швидкості точки C_2 в обертальному русі корпусу 2 навколо обраного полюса C .

$$v_{CC_2} = \ell_2 \cdot \omega_2 = \ell_2 \cdot \dot{\theta}, \quad (13)$$

де $\ell_2 = CC_2$ – радіус обертання точки C_2 навколо полюса C .

Після перетворень

$$V_{C_2}^2 = \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 - 2\ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) - 2\ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) + \ell_2^2 \cdot \dot{\theta}^2. \quad (14)$$

Враховуючи, що в отриманому виразі (14) віддаль ℓ_2 і кут β_2 є сталими величинами, то для спрощення процесу їх знаходження розглянемо на рис. 8 механічну систему в її початковому положенні (в момент часу t_0) і встановимо в цьому положенні значення ℓ_2 і β_2 у системі координат $Cy'z'$.

Тоді з рис. 2 за теоремою Піфагора (враховуючи, що точка C має нульові координати)

$$\ell_2 = CC_2 = \sqrt{(y_{1C_2})^2 + (z_{1C_2})^2} = \sqrt{\left(\frac{d-2\cdot\lambda}{2} + h \cdot \sin \mu\right)^2 + \left(\frac{a+b+\delta_4}{2} + h \cdot \cos \mu\right)^2}. \quad (15)$$

Виконавши алгебраїчні перетворення останнього виразу, дістанемо:

$$\begin{aligned} \ell_2 = & \frac{\sqrt{(a+b) \cdot (a+b+2\delta_4+4h \cdot \cos \mu) + d^2 + \delta_4^2}}{2} + \\ & + \sqrt{\lambda \cdot (\lambda-d) + h \cdot [h + (d-2\lambda) \cdot \sin \mu + \delta_4 \cdot \cos \mu]}, \end{aligned} \quad (16)$$

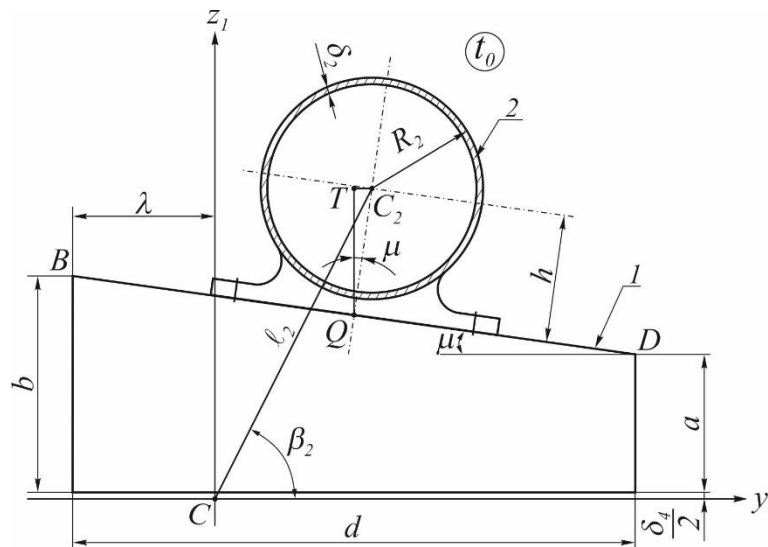


Рис. 2. Розрахункова схема для встановлення значень ℓ_2 , β_2 і J_2

За допомогою рис. 2 знайдемо й осьовий момент інерції J_2 корпусу 2 відносно його центральної осі як однорідного кільця масою m_2 зовнішнього радіуса R_2 і товщиною δ_2 , сприймаючи його як сукупність круглої пластини радіуса R_2 масою m_R та круглої пластини радіуса $r_2 = R_2 - \delta_2$ від'ємної маси m_r . Згідно з [11] відповідні осьові моменти інерції

$$I_R = \frac{m_R \cdot R_2^2}{2} \quad \text{та} \quad I_r = -\frac{m_r \cdot r_2^2}{2} = -\frac{m_r \cdot (R_2 - \delta_2)^2}{2}. \quad (17)$$

Тоді

$$I_2 = I_R + I_r = \frac{m_R \cdot R_2^2}{2} - \frac{m_r \cdot (R_2 - \delta_2)^2}{2}. \quad (18)$$

Встановимо співвідношення між масами m_2 , m_R і m_r , які відповідно пропорційні площам A_2 корпусу 2, A_R круга радіуса R_2 і A_r круга радіуса r_2 , тобто:

$$\frac{m_2}{A_2} = \frac{m_R}{A_R} = \frac{m_r}{A_r}, \quad (19)$$

звідси формули набувають вигляду:

$$m_R = \frac{\pi \cdot R_2^2}{\pi \cdot [R_2^2 - (R_2 - \delta_2)^2]} \cdot m_2 = \frac{R_2^2}{R_2^2 - (R_2 - \delta_2)^2} \cdot m_2, \quad (20)$$

$$m_r = \frac{\pi \cdot (R_2 - \delta_2)^2}{\pi \cdot [R_2^2 - (R_2 - \delta_2)^2]} \cdot m_2 = \frac{(R_2 - \delta_2)^2}{R_2^2 - (R_2 - \delta_2)^2} \cdot m_2. \quad (21)$$

Підставляючи ці значення у формулу (18), дістанемо:

$$\begin{aligned} I_2 &= m_R \cdot \frac{R_2^2}{2} - m_r \cdot \frac{(R_2 - \delta_2)^2}{2} = \\ &= \frac{m_2}{2} \cdot [R_2^2 + (R_2 - \delta_2)^2] = \frac{m_2}{2} \cdot [R_2^2 + (R_2^2 - 2 \cdot R_2 \cdot \delta_2 + \delta_2^2)] \end{aligned} \quad (22)$$

Остаточно:

$$I_2 = \frac{m_2}{2} \cdot (2 \cdot R_2^2 - 2 \cdot R_2 \cdot \delta_2 + \delta_2^2). \quad (23)$$

Підставляючи знайдені величини $v_{C_2}^2$, J_2 і ω_2 у формулу (11) та перетворюючи, дістанемо:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{m_2}{2} \cdot (\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) - m_2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) + \\ &+ (I_2 + m_2 \cdot \ell_2^2) \cdot \frac{\dot{\theta}^2}{2}, \end{aligned} \quad (24)$$

де згідно з теоремою Штейнера-Гюйгенса [11] момент інерції I_{2C} корпусу 2 відносно осі Ω миттєвого обертання плити 4, яка проходить через точку C

$$I_{2C} = I_2 + m_2 \cdot \ell_2^2. \quad (25)$$

З урахуванням цього отримаємо:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{m_2}{2} \cdot (\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) - m_2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) + \\ &+ I_{2C} \cdot \frac{\dot{\theta}^2}{2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Для визначення T_5 розкладемо складний рух дебалансу 5 на переносний разом із корпусом 2 вібробудувача та відносний рух, який здійснюється разом із дебалансним валом 3, щодо зазначеного корпусу. Переносний рух є плоскопаралельним.

$$T_5 = \frac{m_5 \cdot v_{C_5}^2}{2} + \frac{I'_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2}, \quad (27)$$

де v_{C_5} – швидкість центра мас C_5 дебалансу 5; J'_5 – його момент інерції відносно осі, що проходить через його центр мас паралельно осі обертання дебалансного вала 3.

За теоремою про швидкості точок при плоскопаралельному русі [11] вектор абсолютної швидкості точки C_5

$$\vec{V}_{C_5} = \vec{V}_{C_2} + \vec{V}_{C_2C_5}, \quad (28)$$

де $\vec{v}_{C_2}$ – вектор швидкості точки C_2 ; $\vec{v}_{C_2C_5}$ – вектор лінійної швидкості точки C_5 в обертальному русі дебалансу 5 навколо обраного полюса C_2 яка показана на рис. 3.

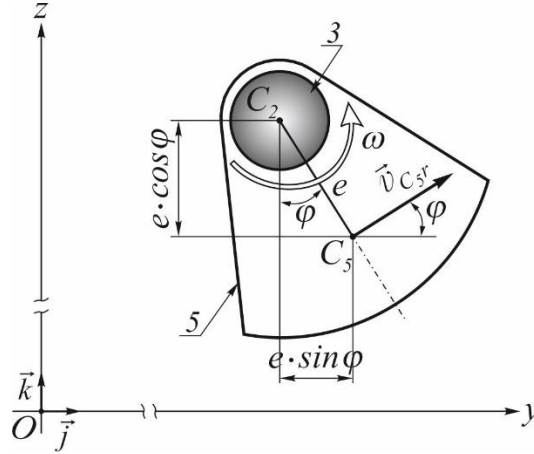


Рис. 3. Розрахункова схема для визначення швидкості точки C_5

Підносячи до квадрата отриманий вираз й перетворюючи, матимемо:

$$\begin{aligned} V_{C_5}^2 = & \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 - 2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) + 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \phi - \\ & - 2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) - 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \phi - \\ & - 2 \cdot \ell_2 \cdot e \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin(\beta_2 + \theta - \phi) + \ell_2^2 \cdot \dot{\theta}^2 + e^2 \cdot \dot{\phi}^2. \end{aligned} \quad (29)$$

Підставляючи знайдене значення $v_{C_5}^2$ у формулу (27), отримаємо:

$$\begin{aligned} T_5 = & \frac{m_5}{2} \cdot [\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 - 2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) + 2 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \phi - \\ & - 2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) - 2 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \phi - \\ & - 2 \cdot \ell_2 \cdot e \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin(\beta_2 + \theta - \phi) + \ell_2^2 \cdot \dot{\theta}^2] + \frac{m_5}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{J'_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Перетворивши два останні доданки до вигляду:

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} \cdot (m_5 \cdot e^2 + J'_5) = \frac{\dot{\phi}^2}{2} \cdot (J'_5 + m_5 \cdot e^2) \quad (31)$$

Як бачимо, що за теоремою Штейнера-Гюйгенса [11] сума $J'_5 + m_5 \cdot e^2 = J_5$, де J_5 – момент інерції дебалансу 5 відносно осі обертання дебалансного вала 3, через що:

$$\frac{m_5}{2} \cdot e^2 \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{J'_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2} = \frac{J_5 \cdot \dot{\phi}^2}{2}. \quad (32)$$

Надамо T_5 вигляду:

$$\begin{aligned}
T_5 = & \frac{m_5}{2} \cdot (\dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) - m_5 \cdot \ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) + m_5 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \phi - \\
& - m_5 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) - m_5 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \phi - \\
& - m_5 \cdot \ell_2 \cdot e \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin(\beta_2 + \theta - \phi) + \frac{m_5}{2} \cdot \ell_2^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{I_5}{2} \cdot \dot{\phi}^2.
\end{aligned} \quad (33)$$

Підставляючи значення, що визначають формули (6), (10), (26) і (33) в формулу (1) та здійснюючи легітимні перетворення, дістанемо кінетичну енергію T механічної системи у вигляді суми 13 доданків:

$$\begin{aligned}
T = & \frac{M}{2} \cdot \dot{y}_C^2 + \frac{M}{2} \cdot \dot{z}_C^2 - \\
& - m_1 \cdot \ell_1 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_1 + \theta) - (m_2 + m_5) \cdot \ell_2 \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \sin(\beta_2 + \theta) + \\
& + m_5 \cdot e \cdot \dot{y}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \phi - m_1 \cdot \ell_1 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_1 + \theta) - \\
& - m_2 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) - m_5 \cdot \ell_2 \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\beta_2 + \theta) - \\
& - m_5 \cdot e \cdot \dot{z}_C \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \phi - m_5 \cdot \ell_2 \cdot e \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin(\beta_2 + \theta - \phi) + \\
& + \frac{I}{2} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{m_5 \cdot \ell_2^2}{2} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{I_5}{2} \cdot \dot{\phi}^2,
\end{aligned} \quad (34)$$

де $M = m_1 + m_2 + m_4 + m_5$ – загальна маса механічної системи, що моделює вібромашину ВП-10, рух якої генерує обертання дебалансу 5 масою m_5 ; $I = I_{1C} + I_{2C} + I_{4C}$ – зведений момент інерції рухомої частини вібромашини відносно осі, що в розглядуваному положенні механічної системи проходить через точку C перпендикулярно до площини розташування системи, а доданки I_{1C} , I_{2C} і I_{4C} визначають формули (9), (25) і (3) відповідно.

Висновки. У роботі розглядається нова функціональна залежність кінетичної енергії вібраційної плити ВП-10, що враховує специфіку її конструкції. Отримана залежність кінетичної енергії вібраційної плити ВП-10 для ущільнення ґрунтів і будівельних матеріалів, яка складається з суми енергії чотирьох матеріальних тіл, що її утворюють (кінетичні енергії корпусу, корпусу віброзбуджувача, плити й дебалансу віброзбуджувача). Дані числові залежності виведені в загальній формі та дозволяють визначати кінетичну енергію подібних машин. Математична залежність є необхідною передумовою для подальшого математичного моделювання системи вібраційної плити ВП-10 за допомогою якої можна буде проаналізувати вплив складових її параметрів – геометричних і кінематичних – на процес ущільнення матеріалів для зменшення енерговитрат при віброущільненні. Ця залежність необхідна для отримання математичної моделі за допомогою методу Лагранжа другого роду, що своєю чергою може бути використана для покращення експлуатаційних характеристик вібраційної плити.

Список використаних джерел

1. Назаренко, І. І. (2007). *Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії*. КНУБА.
2. Онищенко, О., Онищенко, В., Коробко, Б., & Вірченко, В. (2017). *Будівельна техніка* (В. Онищенко, Ред.). Кондор.
3. Ярошевич, М., & Ярошевич, Т. (2010). *Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом*. ЛНТУ.
4. Нестеренко, М., & Чеботарьов, П. (2012). Аналіз конструктивних особливостей вібраційних машин, як передумови створення керованої вібраційної установки для поверхневого ущільнення бетонних сумішей. *Галузеве машинобудування, будівництво*, (1(31)), 267–275. https://reposit.nupp.edu.ua/bitstream/PoltNTU/8024/1/Znpgmb_2012_1_40.pdf.

5. Ланець, О. (2008). *Високоєфективні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення)*. НУ «Львівська політехніка».
6. Lyutenko, V., Orysenko, O., & Nadobko, V. (2018). Mathematical model for the manual vibration roller drive mechanism investigation. *International Journal of Engineering & Technology*, 7(3.2), 232. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14409>.
7. Васильєв, О., & Андрій, Я. (2023). Вібраційна машина для підготовки та ущільнення поверхонь. *Технічні науки та технології*, (4 (34), 52–60. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-4\(34\)-52-60](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-4(34)-52-60).
8. Павловський, М. (2002). *Теоретична механіка*. Техніка.
9. Жигилій, С. (2024). *Кінематика точки: Курс лекцій з дисципліни «Теоретична механіка» для студентів технічних спеціальностей усіх форм навчання*. ПолтНТУ.
10. Яковенко, А., Васильєв, О., & Жигилій, С. (2025). Визначення положення центра інерції порожнистого корпусу вібромашини ВП-10 та відповідного осьового моменту інерції. *Техніка будівництва*, (42), 83–92.
11. Beer, F. P., Jr, E. R. J., Mazurek, D. F., & Cornwell, P. J. (2013). *Vector mechanics for engineers: Statics and dynamics, tenth edition*. McGraw-Hill Companies, Inc. https://www.academia.edu/34846317/Statics_and_Dynamics_10th_Ed_Johnston.

References

1. Nazarenko, I.I. (2007). *Vibratsiini mashyny i protsesy budivelnoi industrii [Vibration machines and processes in the construction industry]*. Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture.
2. Onyshchenko, O. (Ed.), Onyshchenko V., Korobko B., & Virchenko, V. (2017). *Budivelna tekhnika [Construction machinery]*. Publishinhg House “Kondor”.
3. Yaroshevych, M., & Yaroshevych, T. (2010). *Dynamika rozbihu vibratsiinykh mashyn z debalansnym pryvodom [Run-up dynamics of vibrating machines with an unbalance drive]*. Lutsk National Technical University Publ.
4. Nesterenko, M.P., Chebotarov, P.M. (2012). Analiz konstruktyvnykh osoblyvostei vibratsiinykh mashyn, yak peredumovy stvorennia kerovanoi vibratsiinoi ustanovky dlia poverkhnevoho ushchilnennia betonnykh sumishei [The analysis of design features of vibrating machines, as preconditions of creation of the operated vibrating machine for superficial condensation of concrete mixes]. *Haluzeve mashynobuduvannia, budivnytstvo – Industrial engineering, construction*, (1(31)), 267–275. https://reposit.nupp.edu.ua/bitstream/PoltNTU/8024/1/Znpgmb_2012_1_40.pdf.
5. Lanets, O.S. (2008). *Vysokoefektyvni vibratsiini mashyny z elektromahnitnym pryvodom (Teoretychni osnovy ta praktyka stvorennia) [High-efficiency vibrating machines with electromagnetic drive (Theoretical foundations and practice of creation)]*. National University “LvivPolytechnics”.
6. Lyutenko, V., Orysenko, O., & Nadobko, V. (2018). Mathematical model for the manual vibration roller drive mechanism investigation. *International Journal of Engineering & Technology*, 7(3.2), 232. <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.2.14409>.
7. Vasyliiev, O., & Yakovenko, A. (2023). Vibratsiina mashyna dlia pidhotovky ta ushchilnennia poverkhon. [Vibrating machine for surface preparation and sealing]. *Tekhnichni nauky ta tekhnolohii – Technical sciences and technologies*, (4 (34), 52–60. [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-4\(34\)-52-60](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-4(34)-52-60).
8. Pavlovsky, M.A. (2002). *Teoretychna mekhanika [Theoretical mechanics]*. Tekhnika.
9. Zhyhylii, S.M. (2024). *Kinematyka tochky: Kurs lektsii z dystsypliny «Teoretychna mekhanika» dlia studentiv tekhnichnykh spetsialnostei usikh form navchannia [Kinematics points: course of lectures on the discipline “Theoretical Mechanics”]*. Poltava National Technological University.
10. Yakovenko, A.M., Vasyliiev, O.S., & Zhyhylii, S.M. (2025). Vyznachennia polozhennia tsentra inertsiï porozhnystoho korpusu vibromashyny VP-10 ta vidpovidnogo osovoho momentu inertsiï [Determination of the position of the center of inertia of the hollow body of the VP-10 vibration machine and the corresponding axial moment of inertia] *Tekhnika budivnytstva - Construction Engineering*, (42), 83–92.
11. Beer, F. P., Jr, E. R. J., Mazurek, D. F., & Cornwell, P. J. (2013). *Vector mechanics for engineers: Statics and dynamics, tenth edition*. McGraw-Hill Companies, Inc. https://www.academia.edu/34846317/Statics_and_Dynamics_10th_Ed_Johnston.

Отримано 19.03.2025

Oleksii Vasyliiev¹, Andrii Yakovenko²

¹PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of branch machinery and mechatronics
National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic» (Poltava, Ukraine)

E-mail: a.s.vasiliev.76@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-9914-5482>

²lecturer

Poltava Applied Oil and Gas College of National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic» (Poltava, Ukraine)

E-mail: andrii.yakovenko95@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-0818-6332>

DETERMINATION OF KINETIC ENERGY OF VIBRATING MACHINE VP-10

Vibration plates are an important element of the means of small mechanization and are widely used for layer-by-layer compaction of various materials, in particular sand, gravel, bitumen mixtures and other building components. Vibration compaction plays the key role in technological processes of construction of road surfaces, foundations and other engineering structures, providing necessary physical and mechanical properties of materials.

In this work, kinetic energy of the VP-10 vibratory plate, developed for compacting soils and building materials in conditions of limited space, was determined. Within the research, physical and mathematical modeling based on methods of applied mechanics was applied. Determination of the total kinetic energy, which is the sum of kinetic energies of individual components of the system (plate, vibration plate body, vibration exciter body and unbalance), the kinematic scheme of the equipment under study was built. The obtained functional dependence of kinetic energy is required prerequisite for further mathematical modeling of the system using Lagrange equations of the second kind. The performed analysis allows expanding the idea of the dynamics of the vibration plate and contributes to improvement of its structural and technological parameters.

Key words: vibration plate; inertia moment; vibration machine; kinetic energy; vibration exciter; debalance.

References: 11.