

DOI: [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-2\(40\)-472-484](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-2(40)-472-484)

УДК 528

Богдан Ростиславович Сосса¹, Владислав Володимирович Гавришук²

¹доктор філософії з геодезії та землеустрою, старший викладач кафедри дизайну, інжинірингу та землеустрою
Державний торговельно-економічний університет (Київ, Україна)

E-mail: b.sossa@knu.edu.ua ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4484-4865>

Web of Science: LDG-9060-2024. Scopus ID: 57361078500

²кандидат технічних наук, старший викладач кафедри дизайну, інжинірингу та землеустрою
Державний торговельно-економічний університет (Київ, Україна)

E-mail: v.havryshchuk@knu.edu.ua ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3164-44266>

Web of Science: HOH-3154-2023. ResearcherID: rid101895

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ПОХИБОК ГЕОДЕЗИЧНИХ ПРИЛАДІВ

У роботі розглянуто принципи використання методу Монте-Карло при дослідженні складових похибок геодезичних приладів. Проведено дослідження з урахуванням систематичних і випадкових похибок. Запропоновано використовувати коефіцієнти кореляції Пірсона та кореляційну матрицю на їх основі для оцінки впливу різних складових систематичної похибки. Визначено основні параметри врахування випадкових похибок у відсотковому співвідношенню до систематичних. Запропоновано масштабовану модель для аналітичної та графічної оцінки впливу складових систематичної похибки на точність вимірювань. Проведено розрахунки, що підтверджують коректність застосування масштабованої моделі для дослідження точності вимірювань геодезичних приладів.

Ключові слова: похибки; метод Монте-Карло; геодезичні вимірювання; моделювання.

Рис.: 13. Табл.: 3. Бібл.: 13.

Актуальність теми дослідження. Одним з основних джерел неточностей при геодезичних роботах є інструментальні похибки геодезичних приладів. Ці похибки поділяються на систематичні, які виникають через конструктивні особливості приладів чи зовнішні умови й можуть бути скориговані, та випадкові, які мають стохастичний характер. При дослідженні точності геодезичних приладів вказані похибки потребують статистичного аналізу для оцінки їхнього впливу.

У цій роботі ми застосували метод Монте-Карло — статистичний підхід, що базується на генерації великої кількості випадкових вибірок для моделювання ймовірнісних процесів. У контексті геодезії метод Монте-Карло застосовується для моделювання поведінки приладів у різних умовах. Наприклад, він може бути використаний для оцінки того, як випадкові відхилення у кутових чи лінійних вимірюваннях, спричинені різними факторами, впливають на загальну точність вимірювань. Генеруючи численні сценарії із систематичними й випадковими похибками, ми отримали розподіл можливих результатів, що дозволяє не лише оцінити їхню точність, а й оптимізувати методику вимірювань.

Дослідження присвячене використанню методу Монте-Карло для аналізу похибок геодезичних приладів. При його використанні виділяють такі основні етапи: визначення області входних даних, генерація випадкових входних даних, виконання детермінованих обчислень, зведення результатів. Метод Монте-Карло добре підходить для моделювання систематичних похибок геодезичних приладів, адже при його використанні можливо не лише оцінити вплив кожної складової окремо, але й побачити, як вони взаємодіють і впливають на кінцеву точність вимірювань.

Нами проведено дослідження зі статистичного аналізу похибок геодезичних приладів на прикладі електронного тахеометра, використовуючи метод Монте-Карло. Це потужний обчислювальний метод, який використовується для моделювання випадкових процесів і розв'язання задач, що важко піддаються аналітичному рішенню. Його суть полягає в багаторазовому виконанні симуляції з використанням випадкових чисел для моделювання поведінки системи.

На початку дослідження нами розглянуто, на нашу думку, хибний підхід до моделювання впливу похибок, заснований на математичній статистиці, але без урахування особливостей геодезичних приладів. У другій частині нами запропоновано більш реалістичний підхід, що дозволяє точніше оцінити вплив різних складових похибок на точність вимірювання. Також проведено аналіз співвідношення систематичних і випадкових похибок при проведенні симуляційного моделювання.

Постановка проблеми. Для проведення дослідження було визначено такі основні задачі.

Визначення моделей похибок. Для кожного типу систематичної похибки потрібно точно визначити її математичну модель. Це може бути як проста адитивна похибка, так і більш складна функція від вимірюваних величин. Переважна більшість систематичних похибок на сьогодні ґрунтовно описана. Навіть для лазерних сканерів, що розглядаються як «чорні скриньки», прийнято застосовувати геометричну модель електронного тахеометра [1].

Визначення діапазонів і розподілів. Для кожної похибки потрібно задати діапазон її можливих значень і розподіл ймовірностей (рівномірний, нормальний). Діапазон можливих значень похибок нами було вибрано з [2; 3] як максимальні для цього класу приладів.

Імітація вимірювань. Для визначення кількості мінімально необхідних вимірів було застосовано критерій, сформульований у [4], відповідно до якого кількість вибірок повинно бути не менше 300. Враховуючи те, що обчислення проводилися автоматизовано, нами було взято 500 вибірок для статичних даних і 5000 вибірок для динамічних даних.

Аналіз результатів. Після виконання всіх імітацій потрібно аналізувати отримані "виміряні" значення, порівнюючи їх з "істинними" і розраховуючи відхилення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Метод Монте-Карло широко використовується в геодезичних завданнях для оцінки невизначеності та моделювання похибок. Він може застосовуватися для аналізу надійності геодезичних мереж, виявлення аномальних значень та оцінки точності вимірювань [5]. Цей метод є особливо корисним для нелінійних функцій в основних геодезичних обчисленнях, пропонуючи альтернативу загальному закону поширення дисперсії [6]. Моделювання Монте-Карло можна поєднувати з підходом GUM (Керівництво з вираження невизначеності в вимірюваннях) [7; 8] для комплексного оцінювання невизначеності в коригуванні геодезичних мереж [9]. Цей комбінований метод дозволяє генерувати хмари точок, що представляють невизначеності координат, та призначати області довіри. Метод Монте-Карло також є цінним для аналізу точності вимірювань для конкретних приладів, таких як ті, що використовуються для вимірювання профілю евольвентних зубців у шестернях [10]. Загалом симуляції Монте-Карло є надійним і універсальним інструментом для моделювання похибок геодезичних приладів та оцінки невизначеностей вимірювань [11; 12].

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. З проведеного аналізу публікацій з цієї тематики випливає, що використання методу Монте-Карло стосується переважно апіорного розрахунку геодезичних мереж або окремих складових систематичної похибки. Нами запропоновано провести симуляційне моделювання безпосередньо, вимірів. Це дозволить дослідити як сумарний вплив систематичних і випадкових похибок, так і проаналізувати вплив окремих складових систематичної похибки з метою підвищення точності вимірювань.

Метою статті є дослідження доцільності застосування використання методу Монте-Карло при дослідженні похибок геодезичних приладів та визначення впливу різних складових систематичної похибки.

Виклад основного матеріалу. Для початкової симуляції вимірювань було застосовано наступний принцип. Спочатку генерувалися "істинні" значення вимірюваних величин (у цьому випадку, кутів і відстаней). До цих істинних значень

додавалися модельовані систематичні похибки, згенеровані випадковим чином у межах їх діапазонів. Крім того, також додавалися випадкові похибки (випадковий шум), щоб симуляція була більш реалістичною.

Було визначено основні систематичні похибки для симуляції їх впливу: колімаційна похибка горизонтальних кутів, місце нуля вертикального круга й похибка віддалеміра. При подальших записах вибрано такі позначення: H — горизонтальний кут, Z — зенітна відстань, D — виміряна відстань. Індекс $corr$ стосується виправлених величин, а $meas$ — виміряних.

Колімаційна похибка горизонтальних кутів (c):

Математична модель:

$$\alpha_{corr} = \alpha_{meas} - \frac{c}{\sin(Z)}, \quad (1)$$

де H - горизонтальний кут, Z - зенітний кут.

Діапазон: зазвичай від $-20''$ до $+20''$ для теодолітів і електронних тахеометрів, залежить від кутової точності приладу.

Похибка місця нуля вертикальних кутів (i):

Математична модель:

$$Z_{corr} = Z_{meas} - i. \quad (2)$$

Діапазон: аналогічно до колімаційної, наприклад, від $-20''$ до $+20''$.

Похибка віддалеміра (адитивна a , мультиплікативна k):

Математична модель:

$$D_{corr} = D_{meas} + a + k \cdot D_{meas}. \quad (3)$$

Діапазон: a може бути в межах кількох міліметрів, k - в частинах на мільйон (ppm). Наприклад, $a \in [-2\text{мм}, +2\text{мм}]$, $k \in [-3\text{ppm}, +3\text{ppm}]$.

Випадкові похибки було введено зі стандартним відхиленням $5''$ для кутів і 1 мм для відстаней.

У результаті симуляції було отримано 500 значень колімаційної похибки, похибки за місце нуля, адитивної похибки відстані, мультиплікативної похибки відстані, а також похибки горизонтального кута, зенітної відстані й виміряної відстані. Ідеальні дані складали: горизонтальний кут — $45^\circ 00' 00''$, зенітна відстань - $60^\circ 00' 00''$, виміряна відстань — $100,000\text{ м}$. Описову статистику похибок вимірювань наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Описова статистика похибок вимірювань

Значення	Похибка гор.кута, сек	Похибка зен.відст., сек	Похибка вимір.відст., мм
Кількість	500	500	500
Середнє	0,1	0,1	0,1
Стандарт	14,3	12,7	1,5
Мінімум	-33,7	-29,3	-3,5
25 %	-11,0	-9,9	-1,1
50 %	0,6	-1,0	0,1
75 %	11,6	10,4	1,2
Максимум	31,7	33,1	4,0

Джерело: розроблено авторами.

Для наочності, розподіл кутових і лінійних похибок, а також їх вплив було зображено в графічному вигляді на (рис. 1-2).

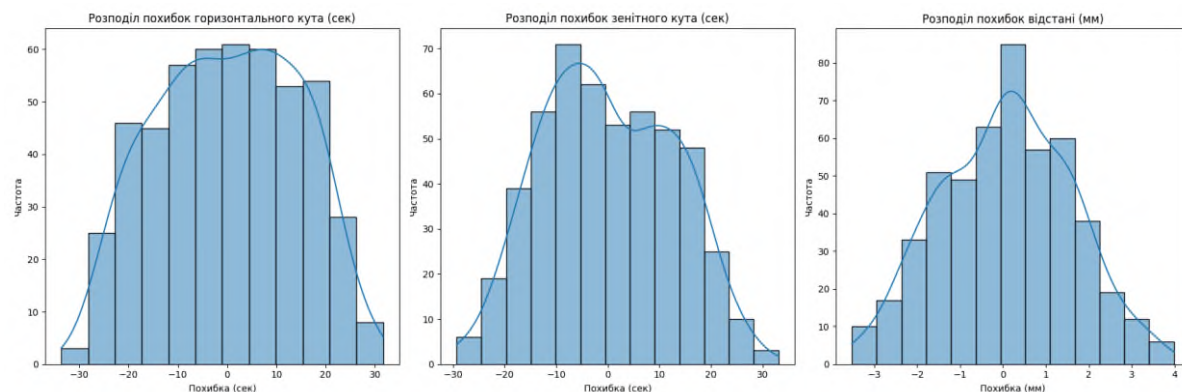


Рис. 1. Розподіл кутових і лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

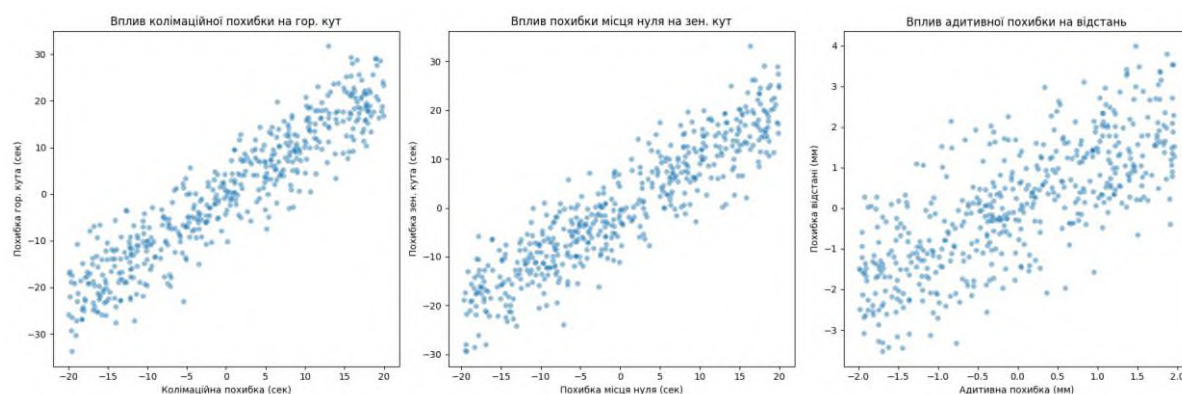


Рис. 2. Вплив кутових і лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

Для визначення кореляції між вимірними величинами і похибками було обчислено коефіцієнти кореляції Пірсона, який є мірою лінійної залежності між двома змінними. Він набуває значень від -1 до $+1$:

- $+1$: Ідеальна пряма лінійна залежність (зі збільшенням однієї змінної, інша також збільшується);
- -1 : Ідеальна обернена лінійна залежність (зі збільшенням однієї змінної, інша зменшується);
- 0 : Відсутність лінійної залежності.

Формула для коефіцієнта кореляції Пірсона між двома змінними X та Y така [13]:

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad (4)$$

де X_i та Y_i — окремі спостереження (значення) для змінних X та Y відповідно, $\bar{X}$ — середнє арифметичне значення змінної X , $\bar{Y}$ — середнє арифметичне значення змінної Y , n — кількість спостережень (у нашому випадку, кількість симуляцій, тобто 500).

За отриманими коефіцієнтами було складено кореляційну матрицю (рис. 3).

Наведений вище розрахунок розглядає похибки вимірювань з погляду «чистої» математичної статистики. Проте в реальних приладах систематичні похибки не є симетричними навколо нуля, а мають певний постійний зсув, що змінюється в межах невеликого діапазону. Це типово для похибок, які виникають через неідеальне калібрування або вплив фізичних деформацій.

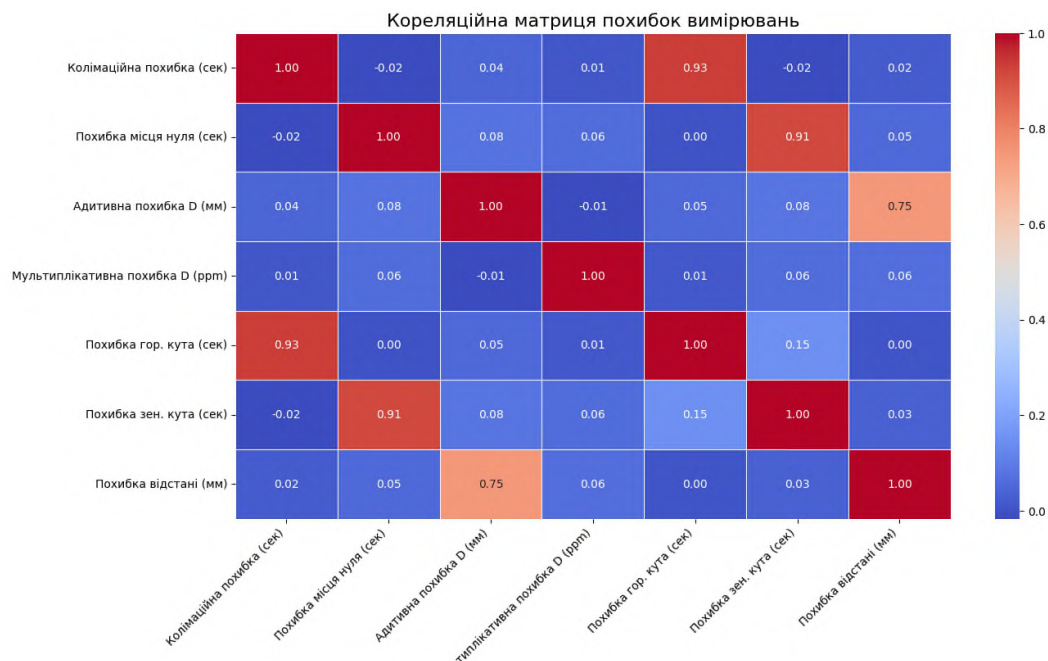


Рис. 3. Кореляційна матриця похибок вимірювань

Джерело: розроблено авторами.

Таким чином, для того, щоб зробити моделювання набагато реалістичнішим, нами було змінено діапазони симульованих похибок. Верхня межа вибиралася з [2] для приладів класу В6. Нижня межа діапазону розраховувалася за виразом:

$$N = \frac{2}{3}V, \quad (5)$$

де N – значення нижньої межі діапазону, V – значення верхньої межі діапазону. Знак вибирався довільно.

Для колімаційної похибки діапазон склав від +12" до +18", для похибки за місце нуля — від -12" до -18", для адитивної складової похибки віддалеміра — від 2 до 3 мм. Мультиплікативну складову похибки віддалеміра залишили без змін через її незначний вплив на таких коротких відстанях.

У цьому випадку варто приділити особливу увагу випадковим похибкам (шуму). Якщо для початкової симуляції випадкові похибки складали 0,13δ для кутів і 0,23δ для відстаней, то для наступного дослідження, враховуючи зміну діапазону, вони становитимуть 0,83δ і δ, відповідно. Якщо випадкові похибки будуть занадто великими порівняно з діапазоном систематичних похибок, вони "замаскують" лінійний зв'язок. Коефіцієнт кореляції Пірсона, вимірюючи саме лінійний зв'язок, не зможе чітко його виявити через значну випадкову варіативність. На рис. 4 наведено зразок некоректного моделювання, коли випадкові похибки за своїм значенням зіставні зі систематичними. Високий коефіцієнт кореляції між значеннями похибок горизонтального кута і зенітного кута, в цьому випадку, вказує на те, що вплив випадкових похибок такий самий, як і систематичних, через що неможливо визначити лінійну залежність.

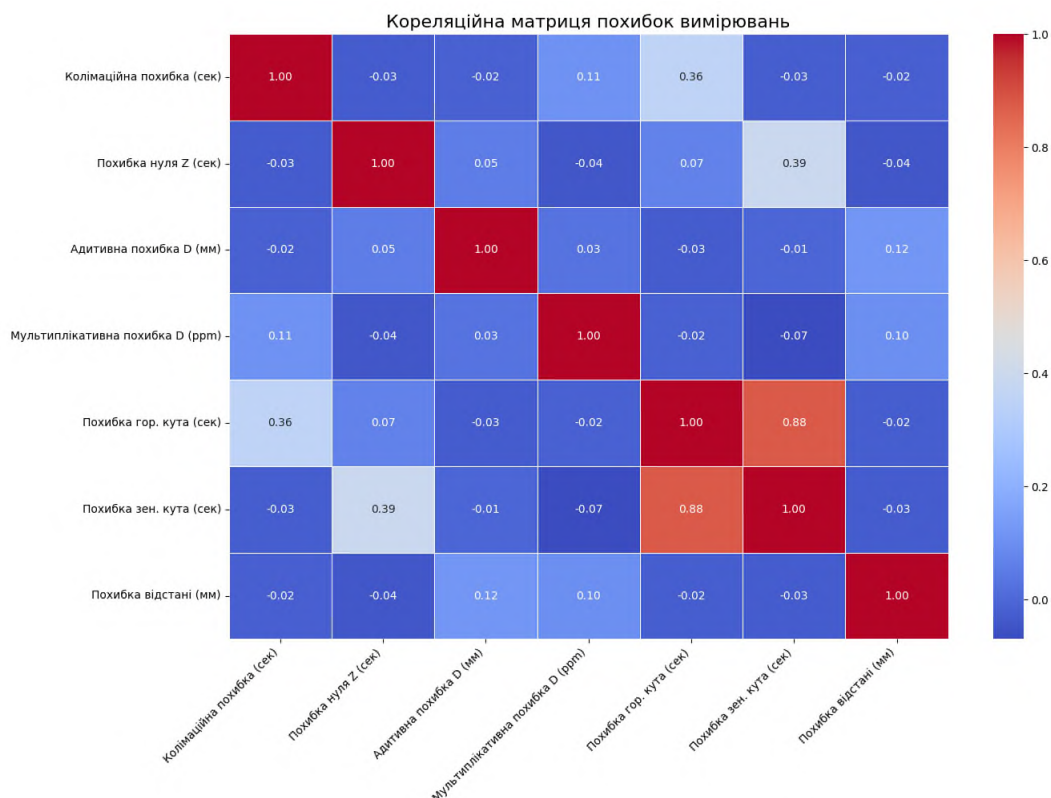


Рис. 4. Кореляційна матриця похибок вимірювань при некоректному моделюванні шумів
Джерело: розроблено авторами.

Для підтвердження правильності побудованої математичної моделі можна зробити її перевірку без застосування випадкових похибок (рис. 5).

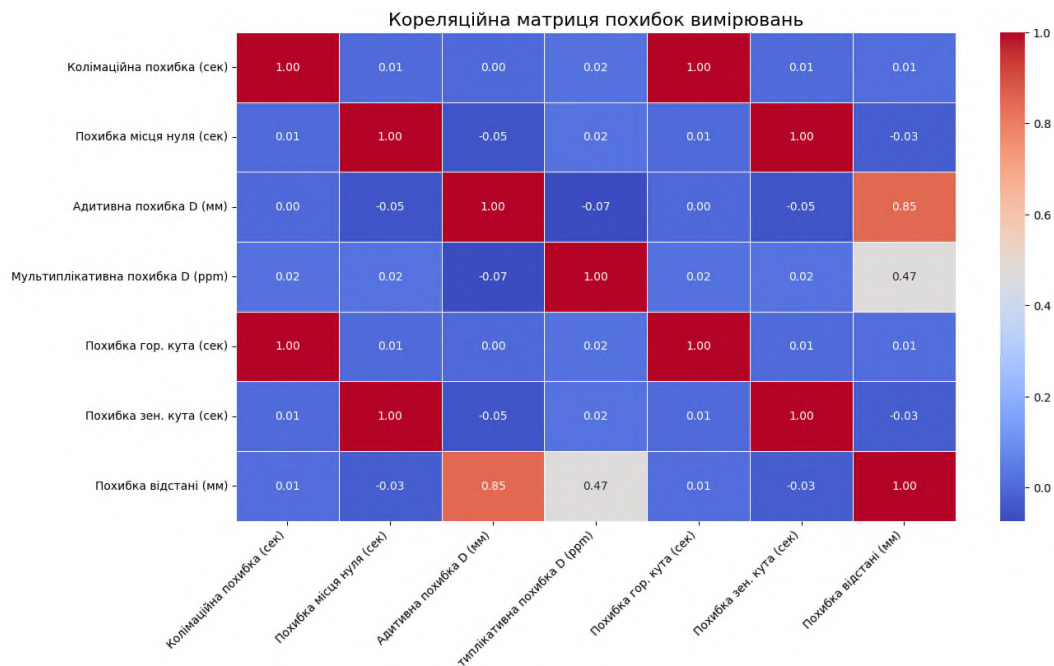


Рис. 5. Кореляційна матриця похибок вимірювань без моделювання шумів
Джерело: розроблено авторами.

З рис. 5 видно, що математичну модель задано коректно, а некоректність моделювання походила від величин випадкових похибок. Авторами розглянуто спосіб уникнення «маскування» лінійної залежності шляхом розділення випадкових похибок для горизонтальних кутів і зенітних відстаней. Проте найкращі результати отримано при зазначеному розділенні з одночасним зменшенням відсотка величини випадкової похибки. Так, при зазначених діапазонах систематичних похибок і значеннями випадкових похибок зі стандартним відхиленням 2" для кутів і 0,5 мм для відстаней (відповідно, 0,3338 і 0,58), при тих же величинах ідеальних вимірів, ми можемо спостерігати «зсув» графіків відносно нуля, що є логічним, а також простежувати кореляцію між відповідними похибками. Описову статистику похибок вимірювань для зазначених вихідних даних наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Описова статистика похибок вимірювань

Значення	Похибка гор.кута, сек	Похибка зен.відст., сек	Похибка вимір.відст., мм
Кількість	500	500	500
Середнє	17,3	-15,0	2,5
Стандарт	2,8	2,8	0,6
Мінімум	9,1	-22,5	0,9
25 %	15,3	-17,1	2,1
50 %	17,4	-14,9	2,5
75 %	19,3	-13,1	2,9
Максимум	24,9	-7,4	4,2

Джерело: розроблено авторами.

Розподіл кутових і лінійних похибок та їх вплив наведено на рис. 6 і 7.

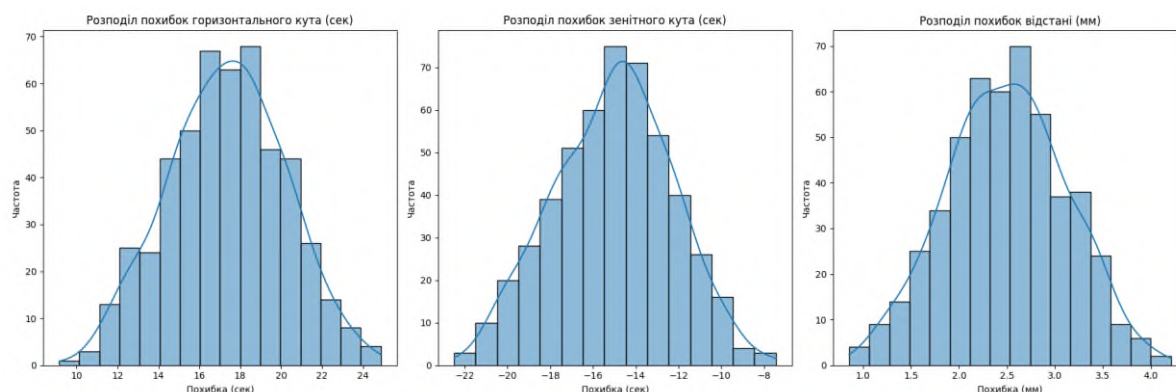


Рис. 6. Розподіл кутових і лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

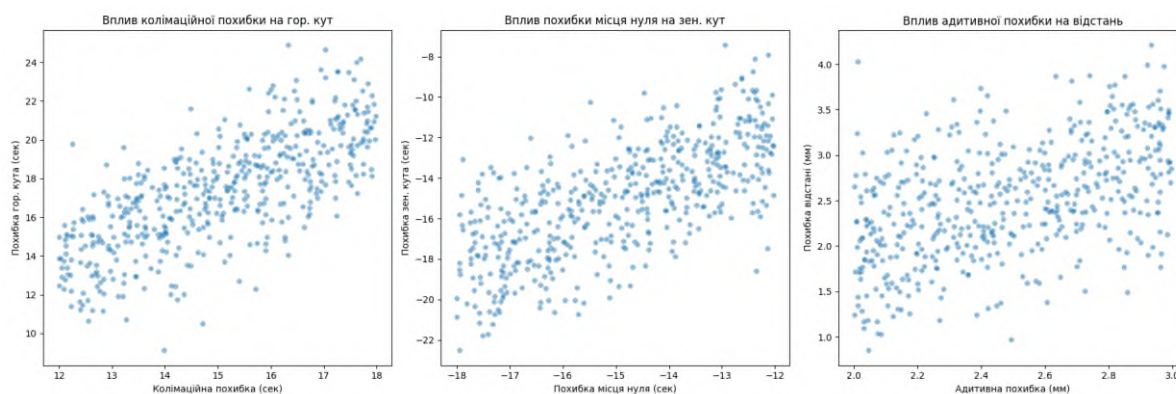


Рис. 7. Вплив кутових і лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

Аналогічно, розраховуємо кореляційну матрицю похибок (рис. 8).

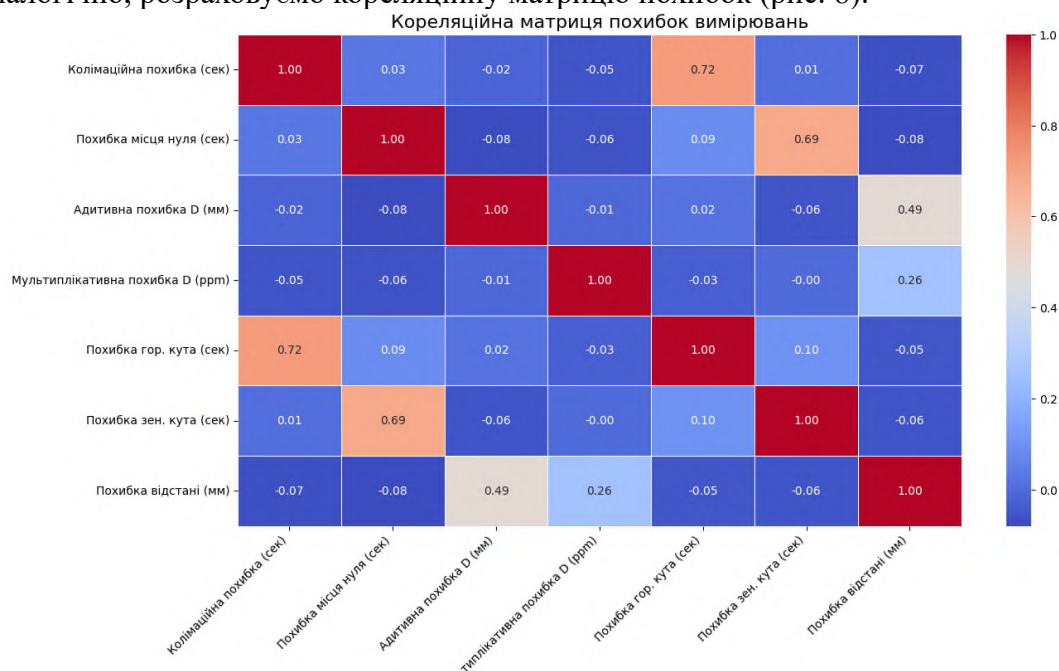


Рис. 8. Кореляційна матриця похибок вимірювань

Джерело: розроблено авторами.

Таким чином, нами підтверджено коректність використання методу Монте-Карло для аналізу впливу складових систематичної похибки при дослідженні точності вимірювань. Крім того, визначено важливість правильного моделювання випадкової похибки. Проте, попереднє моделювання було проведено для того ж самого значення зенітної відстані і вимірної відстані. Для більшої реалістичності моделювання було проведено додавання варіацій "істинних" значень, оскільки дозволить дослідити вплив систематичних похибок у різних умовах вимірювань (на різних відстанях та висотах). Це особливо важливо для таких похибок, як колімаційна (яка залежить від зенітного кута) та мультиплікативна похибка відстані (яка залежить від самої відстані). Також, кількість вибірок було збільшено до 5000 для кращої статистики з випадковими «істинними» значеннями.

Як і в попередньому випадку, значення колімаційної похибки було взято в діапазоні 12"-18", похибки за місце нуля — від -12" до -18", адитивної складової похибки віддалеміра — 2-3 мм, мультиплікативну складову залишено без змін. Значення випадкових похибок взято 1" для кутів і 0,5 мм для відстаней з розділеним внесенням кутових похибок в горизонтальні кути і зенітні відстані. Відстані моделювалися в діапазоні 10-1000 м, а зенітні кути — 30-150 градусів.

Описову статистику похибок вимірювань для зазначених вихідних даних наведено в табл. 3.

Таблиця 3 – Описова статистика похибок вимірювань

Значення	Похибка гор.кута, сек	Похибка зен.відст., сек	Похибка вимір.відст., мм	Вимірjana відстань, м	Зенітний кут, градусів
Кількість	5000	5000	5000	5000	5000
Середнє	18,9	-15,0	2,5	506,296	90,6
Стандарт	4,7	2,0	1,2	283,275	34,7
Мінімум	9,6	-20,4	-1,4	10,321	30,0
25 %	15,5	-16,5	1,7	267,901	61,0
50 %	17,8	-15,0	2,5	504,534	89,7
75 %	21,6	-13,4	3,2	743,957	121,0
Максимум	37,2	-8,2	6,6	999,951	150,0

Джерело: розроблено авторами.

Розподіл кутових і лінійних похибок та їхній вплив наведено на рис. 9.

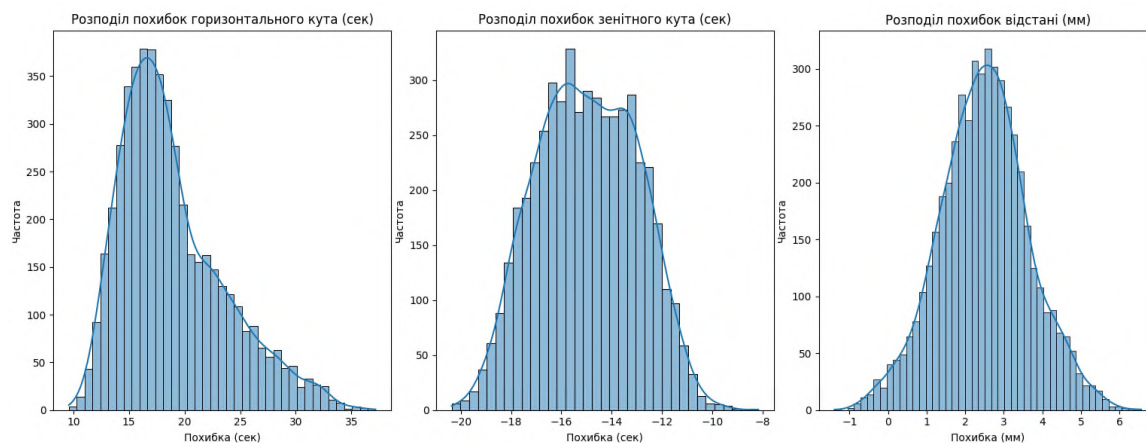


Рис. 9. Розподіл кутових і лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

Вплив кутових похибок наведено на рис. 10, а вплив лінійних похибок – на рис. 11.

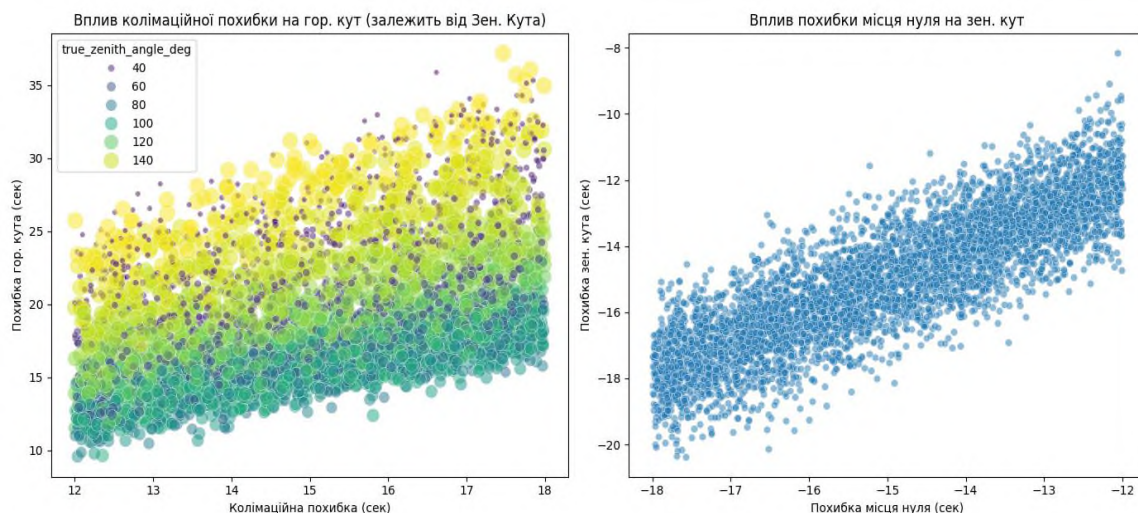


Рис. 10. Вплив кутових похибок

Джерело: розроблено авторами.

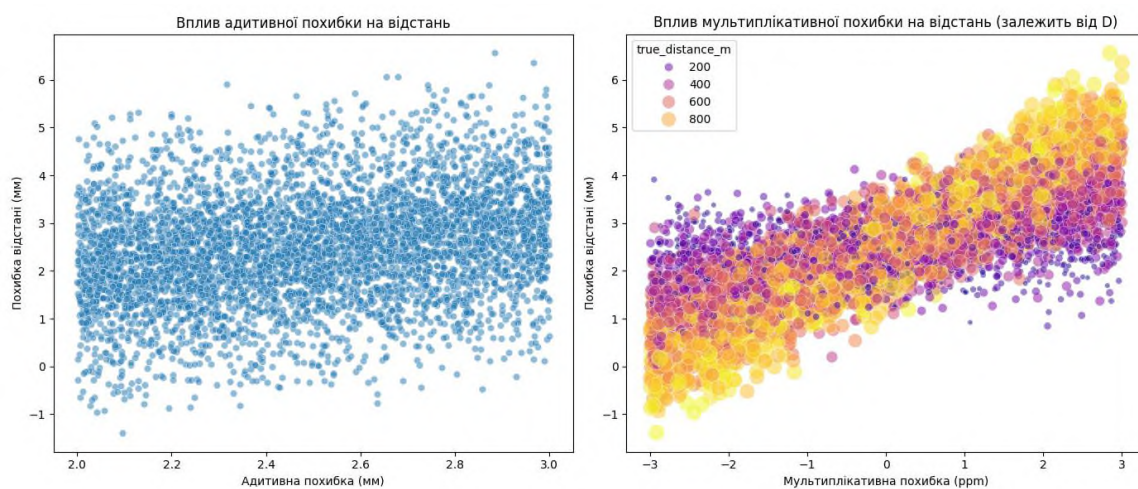


Рис. 11. Вплив лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

Також нами було побудовано графік залежності похибки горизонтального кута від значення зенітної відстані через колімаційну похибку та графік залежності похибки відстані від значення відстані через мультиплікативну складову. Зазначені графіки наведено на рис. 12.

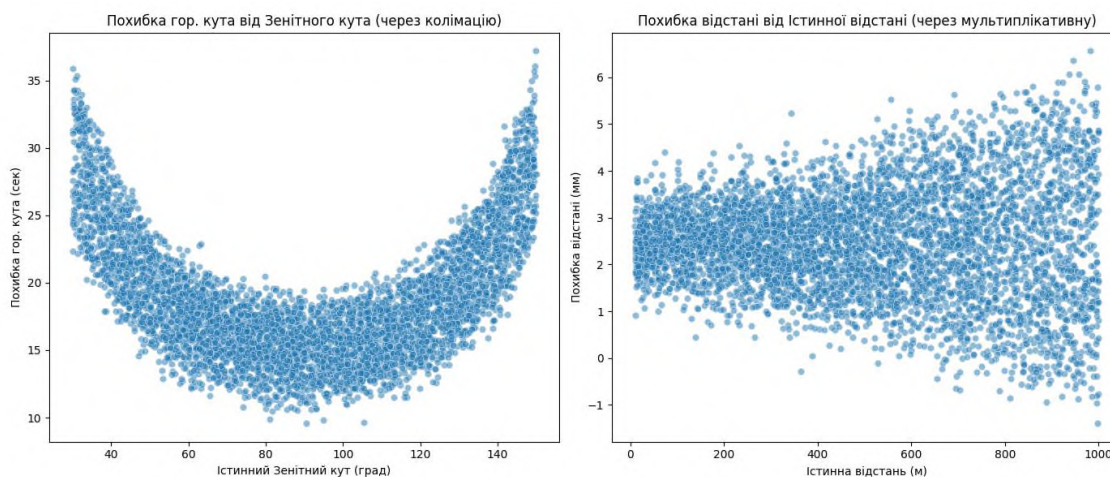


Рис. 12. Комплексний вплив кутових і лінійних похибок

Джерело: розроблено авторами.

Аналогічно попереднім даним, складено кореляційну матрицю. У цьому випадку було додано два стовпчики — значення відстані та зенітного кута. Це дозволяє додатково оцінити коректність математичної моделі похибок. Кореляційну матрицю наведено на рис. 13.

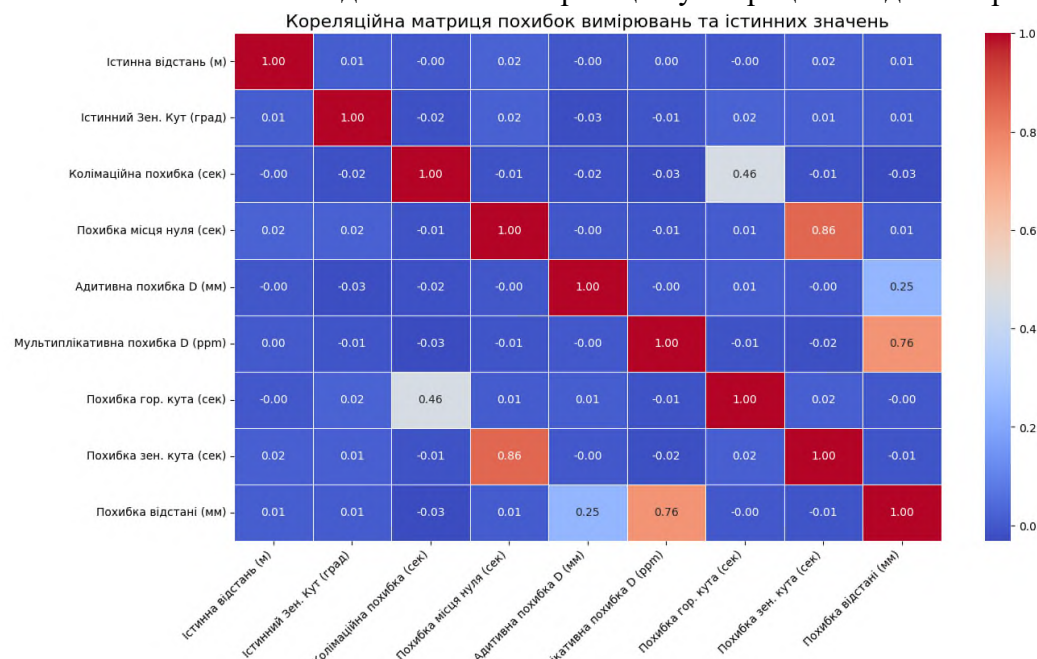


Рис. 13. Вплив кутових похибок

Джерело: розроблено авторами.

У цьому випадку відсутня кореляція між значенням відстані та мультиплікативною похибкою, що свідчить про відсутність лінійної залежності, оскільки нами розглядається той варіант, коли істинна мультиплікативна похибка приладу в цей момент часу може бути будь-якою в цьому діапазоні, але її очікуване значення (середнє) дорівнює 0. Це відповідає приладу, який може давати як позитивне, так і негативне відхилення масштабу, але в середньому (на великій кількості вимірювань, з різними приладами або в різних умовах) це відхилення прямує до нуля.

Отже, за запропонованим принципом можна здійснювати моделювання систематичних і випадкових похибок геодезичних приладів та досліджувати їх вплив на точність вимірювань. Розглянуту просту модель з трьома видами похибок легко масштабувати для дослідження більшої кількості складових систематичної похибки як окремо, так і сукупно з випадковими похибками.

Висновки. У цій роботі автори розглянули спрощену математичну модель використання методу Монте-Карло для дослідження впливу складових систематичних похибок геодезичних приладів. Розглянуто основні принципи симуляційного моделювання вимірювань відстаней і кутів та вплив основних інструментальних похибок на їхню точність. Визначено залежності між значеннями систематичних і випадкових похибок, що ускладнюють аналіз даних та запропоновано спосіб їх уникнення при моделюванні. Описано спосіб побудови масштабованої моделі для детального дослідження різних складових систематичних і випадкових похибок.

Список використаних джерел

1. Шульц, Р. В., & Сосса, Б. Р. (2015). Системне калібрування наземних лазерних сканерів: моделі та методики. *Вісник геодезії та картографії*, (2), 25–30.
2. ДСТУ 8955:2019. (2020). *Метрологія. Теодоліти і тахеометри. Метрологічні та технічні вимоги*. Київ: ДП «УкрНДНЦ».
3. ДСТУ 8926:2019. (2020). *Метрологія. Нівеліри та прилади вертикального проектування оптико-механічні, цифрові, лазерні й рейки нівелірні. Метрологічні та технічні вимоги*. Київ : ДП «УкрНДНЦ».
4. Calkins, J. M. (2002). *Quantifying coordinate uncertainty fields in coupled spatial measurement systems* [Dissertation, Virginia Tech]. <http://hdl.handle.net/10919/28472>
5. Bonimani, M. L. S., Rofatto, V. F., Matsuoka, M. T., & Klein, I. (2019). Aplicação de Números Aleatórios Artificiais e Método Monte Carlo na Análise de Confiabilidade de Redes Geodésicas. *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, 11(2), 74–85. <https://doi.org/10.5335/rbca.v11i2.8906>
6. Wyszowska, P. (2017). Propagation of uncertainty by Monte Carlo simulations in case of basic geodetic computations. *Geodesy and Cartography*, 66(2), 333–346. <https://doi.org/10.1515/geocart-2017-0022>
7. BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, & OIML. (2008). *Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method* (JCGM 101:2008). Joint Committee for Guides in Metrology. <https://doi.org/10.59161/JCGM101-2008>
8. BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, & OIML. (2011). *Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities* (JCGM 102:2011). Joint Committee for Guides in Metrology.
9. Niemeier, W., & Tengen, D. (2017). Uncertainty assessment in geodetic network adjustment by combining GUM and Monte-Carlo-simulations. *Journal of Applied Geodesy*, 11(2). <https://doi.org/10.1515/jag-2016-0017>
10. Wang, L., & Luo, X. (2021). Adaptive Quasi-Monte Carlo method for nonlinear function error propagation and its application in geodetic measurement. *Measurement*, 186, 110122. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.110122>
11. A Novel Robust Scaling for EDM Calibration Baselines using Monte Carlo Study. (2018). *Tehnicki vjesnik - Technical Gazette*, 25(1). <https://doi.org/10.17559/tv-20160407214150>
12. Tomczyk, K. (2018). Influence of Monte Carlo generations applied for modelling of measuring instruments on maximum distance error. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 41(1), 74–84. <https://doi.org/10.1177/0142331217753062>
13. Войтенко, С. П., Шульц, Р. В., Кузмич, О. Й., & Кравченко, Ю. В. (2015). *Mathematical processing of geodetic measurements* (С. П. Войтенко, Ред.). Знання.

References

1. Shults, R. V., & Sossa, B. R. (2015). Systemne kalibruvannia nazemnykh lazernykh skaneriv: modeli ta metodyky [System calibration of terrestrial laser scanners: models and methodologies]. *Visnyk heodezii ta kartohrafii - Bulletin of Geodesy and Cartography*, (2), 25–30.

2. DSTU 8955:2019 Metrolohiia. Teodolity i takheometry. Metrolohichni ta tekhnichni vymohy [Metrology. Theodolites and total stations. Metrological and technical requirements]. (2020). DP “UkrNDNTs”.
3. DSTU 8926:2019 Metrolohiia. Niveliry ta prylady vertykalnoho proektuvannia optyko-mekhanichni, tsyfrovi, lazerni y reiky nivelirni. Metrolohichni ta tekhnichni vymohy [Metrology. Optical-mechanical, digital, laser and levelling rods for levelling and vertical projection instruments. Metrological and technical requirements]. (2020). DP “UkrNDNTs”.
4. Calkins, J. M. (2002). *Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement systems* [Dissertation, Virginia Tech]. <http://hdl.handle.net/10919/28472>.
5. Bonimani, M. L. S., Rofatto, V. F., Matsuoka, M. T., & Klein, I. (2019). Aplicação de Números Aleatórios Artificiais e Método Monte Carlo na Análise de Confiabilidade de Redes Geodésicas [Application of Artificial Random Numbers and the Monte Carlo Method to Reliability Analysis of Geodetic Networks]. *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, 11(2), 74–85. <https://doi.org/10.5335/rbca.v11i2.8906>.
6. Wyszowska, P. (2017). Propagation of uncertainty by Monte Carlo simulations in case of basic geodetic computations. *Geodesy and Cartography*, 66(2), 333–346. <https://doi.org/10.1515/geocart-2017-0022>.
7. BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 101:2008. doi:10.59161/JCGM101-2008.
8. BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML (2011) Supplement 2 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement-Extension to any number of output quantities. JCGM 102:2011.
9. Niemeier, W., & Tengen, D. (2017). Uncertainty assessment in geodetic network adjustment by combining GUM and Monte-Carlo-simulations. *Journal of Applied Geodesy*, 11(2). <https://doi.org/10.1515/jag-2016-0017>.
10. Wang, L., & Luo, X. (2021). Adaptive Quasi-Monte Carlo method for nonlinear function error propagation and its application in geodetic measurement. *Measurement*, 186, 110122. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.110122>.
11. A Novel Robust Scaling for EDM Calibration Baselines using Monte Carlo Study. (2018). *Tekhniki vjesnik - Technical Gazette*, 25(1). <https://doi.org/10.17559/tv-20160407214150>.
12. Tomczyk, K. (2018). Influence of Monte Carlo generations applied for modelling of measuring instruments on maximum distance error. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 41(1), 74–84. <https://doi.org/10.1177/0142331217753062>.
13. Voitenko, S. P., Shults, R. V., Kuzmych, O. I., & Kravchenko, Iu. V. (2015). Matematychni obroblynnia heodezychnykh vymiriv (S. P. Voitenko, Red.) [Mathematical processing of geodetic measurements]. *Znannia*.

Отримано 20.06.2025

UDC 528

Bohdan Sossa¹, Vladyslav Gavryshchuk²

¹Doctor of Philosophy in Geodesy and Land Management,
Senior Lecturer at the Department of Design, Engineering and Land Management
State University of Trade and Economics (Kyiv, Ukraine)

E-mail: b.sossa@knute.edu.ua ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4484-4865>

Web of Science: LDG-9060-2024. Scopus ID: 57361078500

²PhD in Technical Sciences,
Senior Lecturer, Department of Design, Engineering and Land Management
State University of Trade and Economics (Kyiv, Ukraine)
E-mail: v.havryshchuk@knute.edu.ua ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3164-44266>
Web of Science: HOH-3154-2023. ResearcherID: rid101895

APPLICATION OF THE MONTE CARLO METHOD IN THE STUDY OF ERRORS OF GEODETIC INSTRUMENTS

This study investigates instrumental errors in geodetic instruments through Monte Carlo simulation, a powerful computational method for modelling stochastic processes. Geodetic measurements are inherently affected by both systematic and random errors, necessitating statistical analysis to quantify their impact on accuracy. The paper outlines the application

of the Monte Carlo method, detailing its key stages: defining input data domains, generating random inputs, performing deterministic calculations, and synthesizing results. This approach proves particularly effective for modelling systematic errors, as it allows for the individual assessment of each component's influence and, crucially, their intricate interactions affecting overall measurement precision.

The research focuses on an electronic total station, demonstrating a realistic approach to modelling error components. Initially, a flawed statistical modelling approach, which disregarded specific geodetic instrument characteristics, is discussed. Subsequently, a more refined methodology is proposed, enabling a more accurate evaluation of various error constituents on measurement precision. The study specifically models common systematic errors, including the collimation error of horizontal angles, the vertical circle zero error, and the additive and multiplicative errors of the EDM (Electronic Distance Measurement) unit.

A significant finding emphasizes the critical role of correctly modelling random errors (noise). Excessive random variability can obscure the linear relationships sought through correlation analysis, rendering the assessment of systematic error influence ineffective. The authors present a method to mitigate this "masking effect" by optimizing the magnitude of random errors and, where appropriate, separating them for different measurement types (e.g., horizontal angles and zenith distances). This refined modelling strategy results in error distributions that logically shift from zero and exhibit clearer correlations between specific error types.

To enhance the realism and generalizability of the simulations, the study incorporates variations in "true" measured values, such as distances ranging from 10m to 1000m and zenith angles from 30 to 150 degrees. An increased sample size of 5000 iterations further strengthens the statistical robustness of the findings. The analysis employs Pearson correlation coefficients and correlation matrices to evaluate dependencies between measured quantities and errors, confirming the validity of the developed mathematical models. For instance, the absence of correlation between distance values and the multiplicative error component (when its expected value is zero) is discussed, indicating that while the instrument may exhibit scale deviations, these average out over numerous measurements or diverse conditions.

In conclusion, this work validates the applicability of the Monte Carlo method for analyzing the impact of systematic and random error components on geodetic measurement accuracy. It underscores the necessity of precise random error modelling to ensure meaningful analysis. The proposed scalable model offers a robust framework for detailed investigation of various systematic and random error components, individually and in combination, contributing to optimized measurement methodologies in geodesy.

Keywords: errors; Monte Carlo method; geodetic measurements; modeling.

Fig.: 13. Table: 3. References: 13.