

**Кирило Федорович Хоменко¹, Володимир Олександрович Кучер²,
Олексій Миколайович Осипчук³, Богдан Валерійович Дзюман⁴,
Олександр Анатолійович Охріменко⁵**

¹аспірант кафедри технології машинобудування
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Київ, Україна)
E-mail: homenkokirill727@gmail.com

²аспірант кафедри технології машинобудування
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Київ, Україна)
E-mail: vladimirkucher145@gmail.com

³аспірант кафедри технології машинобудування
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Київ, Україна)
E-mail: aleksei.osypchuk@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-7865-9484>

⁴аспірант кафедри технології машинобудування
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Київ, Україна)
E-mail: dzyumanbogdan@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0008-5928-4569>

⁵доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології машинобудування
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (Київ, Україна)
E-mail: alexhobs77@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-5446-6987>

ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРОФІЛЮ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ЧЕРВ'ЯЧНИМИ ФРЕЗАМИ БЕЗ ПРОТУБЕРАНЦЯ З ПРИПУСКОМ ПІД ШЛІФУВАННЯ

У статті розглянуто альтернативний підхід до формування викружки в загартованих зубчастих колесах із використанням черв'ячних фрез без протуберанця для подальшого шліфування. Враховуючи обмеження стандартних фрез і високу вартість інструментів із протуберанцем, у дослідженні запропоновано модифікувати профіль фрези шляхом зменшення кута профілю. У середовищі Scilab розроблено математичну модель процесу формоутворення профілю зуба та проведено порівняльний аналіз варіантів фрез із протуберанцем і без нього (при різних кутах профілю). Результати показали, що зменшення кута профілю фрези дозволяє сформувати придатний для шліфування припуск у зоні ніжки зуба, що спрощує конструкцію інструмента та потенційно знижує витрати на його виготовлення, забезпечуючи при цьому допустимі відхилення евольвентного профілю. Запропонований метод є економічно доцільним рішенням для підвищення довговічності та навантажувальної здатності зубчастих передач.

Ключові слова: зубчасте колесо; викружка; черв'ячна фреза; протуберанець; профіль зуба; кут профілю; зубофрезерування; припуск під шліфування; оптимізація інструмента; профілювання; математичне моделювання.

Рис.: 4. Бібл.: 12.

Актуальність теми дослідження. У сучасному машинобудуванні зубчасті передачі відіграють ключову роль у роботі широкого спектра механізмів, визначаючи їх точність, надійність і довговічність. З розвитком науково-технічного прогресу зростають вимоги до якості виготовлення зубчастих коліс, що зумовлює потребу в удосконаленні методів їх обробки. Однією з критичних зон при цьому є перехідна ділянка у зоні западини зуба, яка зазнає максимальних напружень та є вразливою до утворення тріщин. У промисловій практиці для формування припуску в цій зоні використовуються фрези з протуберанцем, однак така конструкція інструменту є технологічно складною та дорогою. З огляду на це, розробка альтернативного підходу до формування припуску, або викружки шляхом модифікації геометрії профілю фрези без ускладнення її конструкції є актуальним завданням. Особливо перспективним є підхід зі зменшенням кута профілю, який дозволяє формувати припуск у зоні западини без використання протуберанця, знижуючи витрати на інструмент та забезпечуючи придатність до шліфування.

Постановка проблеми. Однією з актуальних проблем при виробництві загартованих зубчастих коліс є недосконала геометрія різальної частини стандартних черв'ячних фрез. Це негативно впливає на точність профілю після фінішної обробки. Зубошліфування, яке виконується як завершальна операція, зазвичай передбачає припуск лише на бічну сторону зуба, тоді як западина та перехідна крива залишаються нешліфованими [1]. Це призводить до утворення нерівностей у зоні ніжки зуба, що спричиняє локальні концентрації напружень, погіршує контактні характеристики і пришвидшує зношування (рис. 1).

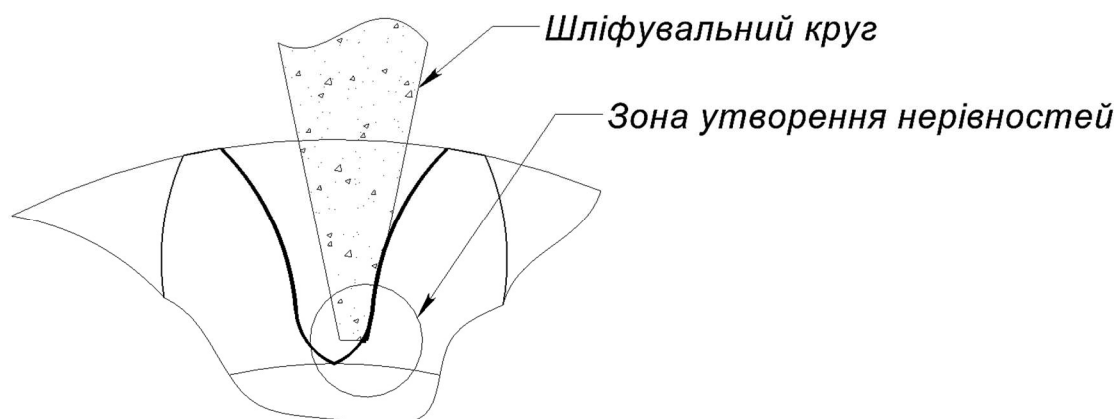


Рис. 1. Профіль зубчастого колеса з утворенням нерівностей після шліфування

Джерело: розроблено авторами.

Для усунення цих недоліків у практиці застосовують черв'ячні фрези з протуберанцем, які формують викружку – спеціальну заокруглену ділянку в ніжці зуба, що забезпечує вільний вихід шліфувального круга (рис. 2). Проте така конструкція фрези суттєво складніша, вимагає високої точності виготовлення та значно збільшує собівартість інструмента.

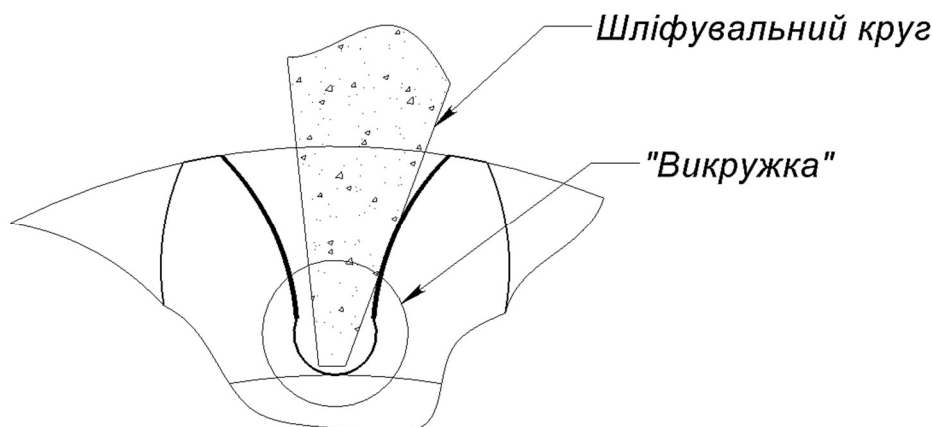


Рис. 2. Профіль зубчастого колеса з викружкою

Джерело: розроблено авторами.

У цій статті запропоновано альтернативний підхід – формування викружки без використання протуберанця шляхом зменшення кута профілю черв'ячної фрези. Такий підхід дозволяє досягти необхідної геометрії перехідної ділянки при істотному спрощенні інструменту. Крім того, збільшення зони контакту фрези із заготовкою сприяє покращенню умов різання, зниженню навантаження на різальну частину та забезпеченню вищої якості поверхні зуба.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Процес виготовлення загартованих зубчастих коліс включає низку високоточних технологічних операцій, серед яких фінішне зубошліфування відіграє ключову роль. Саме воно визначає остаточну форму профілю, мікрогеометрію та шорсткість, що, у свою чергу, впливає на експлуатаційні характеристики передачі – зносостійкість, навантажувальну здатність, шум, вібрації та КПД. Особливу увагу в сучасних дослідженнях приділяють геометрії западини зуба, зокрема формі перехідної кривої в зоні ніжки, яка піддається найбільшим динамічним і згинальним напруженням [1-2].

Як зазначено в [3; 5], навіть незначні відхилення або нерівності в цій зоні можуть призводити до концентрації напружень, ініціації мікротріщин і передчасного руйнування елемента. У зв'язку з цим виникає необхідність у створенні раціональної викружки – плавного переходу між бічною поверхнею зуба та западиною. Для цього в промисловій практиці використовуються черв'ячні фрези з протуберанцем – додатковим опуклим елементом профілю інструмента, який забезпечує утворення необхідної викружки в зоні ніжки зуба.

Однак інструменти з протуберанцем мають певні обмеження:

- складність профілювання і контролю геометрії;
- недоступність стандартних рішень для фрез збірної конструкції;
- висока собівартість виготовлення, особливо при малій серійності [6].

У зв'язку з цим спостерігається зростання інтересу до альтернативних підходів, які дозволяють забезпечити ту саму функцію – формування викружки – без ускладнення конструкції інструменту. Одним із таких підходів є зворотний геометричний синтез, який передбачає проєктування інструментального профілю, виходячи з бажаної форми поверхні зуба [7].

Сутність підходу полягає в наступному: зважаючи на вимоги до профілю западини (зокрема, наявності плавної викружки), за допомогою інверсного моделювання або чисельного обернення огинаючої поверхні визначається профіль різальної частини фрези. Як показано в [8], зменшення нормального кута профілю інструментальної рейки до значення $\alpha_n = 8^\circ$ дозволяє сформувати «викружку» без додаткових виступів чи протуберанця, оскільки зростає глибина врізання інструмента в зоні перехідної кривої.

Зменшення кута профілю черв'ячної фрези забезпечує низку техніко-технологічних переваг:

- мінімізується контактний кут шліфувального круга при обробці западини;
- покращується зняття стружки та знижується ризик задирів;
- спрощується конструкція інструменту;
- знижується трудомісткість профілювання та вартість виготовлення [9].

У роботах [10, 11] відзначено, що в умовах автоматизованого проєктування інструментів (CAD/CAE системи) зміна кута профілю дозволяє досягти цільової форми перехідної кривої з високою точністю. Особливо ефективним є застосування методів чисельної оптимізації з використанням алгоритмів параметричного синтезу в середовищах типу Scilab, MATLAB тощо. При цьому забезпечується узгодження профілю зуба з процесом шліфування.

Таким чином, наявний стан проблеми свідчить про необхідність пошуку геометричних альтернатив протуберанцю в конструкції інструменту. Постановка задачі дослідження полягає в синтезі оптимізованого профілю черв'ячної фрези зі зменшеним кутом, що забезпечить формування викружки в зоні ніжки зуба без додаткових елементів – при цьому залишаючись технологічно простим і ефективним у роботі.

Метою дослідження є обґрунтування та реалізація альтернативного методу формування викружки в зоні западини зубчастого колеса без застосування протуберанця – шляхом раціональної модифікації профілю черв'ячної фрези. Такий підхід має забезпечити створення припуску, придатного для фінішного шліфування, за рахунок зміни геометрії інструменту, зокрема шляхом зменшення кута профілю вихідної інструментальної рейки.

Досягнення поставленої мети передбачає вирішення таких основних завдань:

- визначити обмеження і недоліки традиційних конструкцій фрез із протуберанцем при профілюванні западини зуба;
- синтезувати геометрію профілю інструментальної рейки з нормальним кутом профілю $\alpha_n = 8^\circ$ для забезпечення формоутворення викружки без ускладнення конструкції інструменту;

- побудувати математичну модель процесу обкатувального формування профілю зуба, включаючи евольвентну, перехідну та дотичні ділянки профілю;
- здійснити моделювання профілю западини в середовищі Scilab на основі параметричних рівнянь і функцій огибаючої поверхні;
- виконати порівняльний аналіз трьох варіантів профілю фрези: з протуберанцем ($\alpha_n = 20^\circ$), без протуберанця ($\alpha_n = 20^\circ$), без протуберанця ($\alpha_n = 8^\circ$);
- оцінити ефективність запропонованого рішення за критеріями плавності перехідної кривої, придатності до шліфування та технологічної простоти виготовлення інструменту.

Вирішення окреслених задач дозволить сформувати геометричні основи для створення інструменту нового типу – без протуберанця, зі зниженою собівартістю та підвищеними експлуатаційними характеристиками.

Виклад основного матеріалу. Для забезпечення утворення геометрії для виходу шліфувального круга при виробництві загартованих зубчастих коліс застосовують черв'ячні фрези з протуберанцем (рис. 3, а). У традиційних конструкціях черв'ячних фрез із протуберанцем (рис. 3, б) викружка формується шляхом локального зменшення кута профілю α_{pr} зони западини. Така конструкція дозволяє утворити плавну перехідну криву між бічною поверхнею зуба та його основою, що забезпечує вихід шліфувального круга.

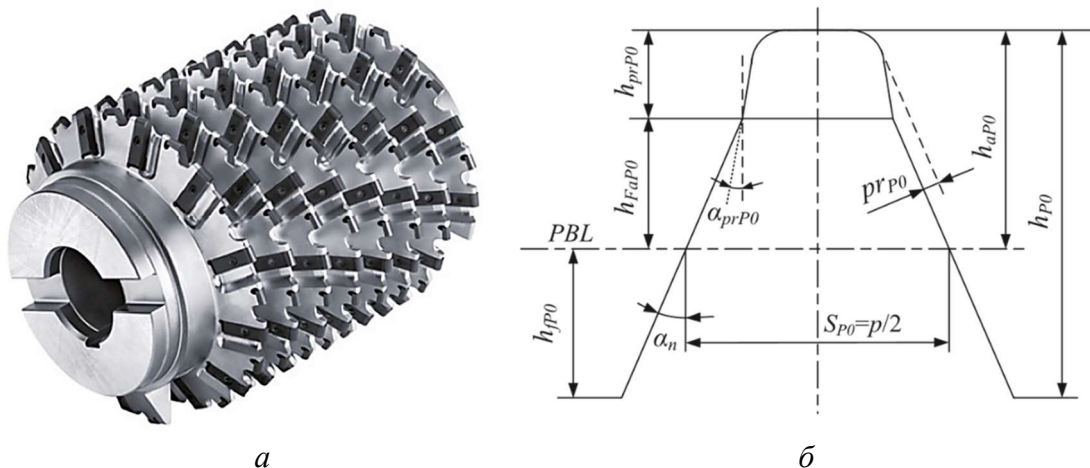


Рис. 3. Традиційна конструкція черв'ячної фрези з протуберанцем:

а – збірна черв'ячна фреза з протуберанцем;

б – інструментальний профіль черв'ячної фрези з протуберанцем

Збірні черв'ячні фрези з протуберанцем мають складну конструкцію, що зумовлює збільшення кількості геометричних елементів різальної частини. Така конструкція ускладнює проектування, обмежує можливості уніфікації та значно підвищує вартість інструменту.

У роботі досліджено вплив геометрії профілю черв'ячної фрези на формування «викружки» в зоні западини зубчастого колеса. Для цього реалізовано математичну модель формоутворення профілю зуба, що виникає в результаті обкатування інструментального профілю із заданими параметрами.

Синтез геометрії інструментального профілю виконано для трьох варіантів:

- з кутом профілю 20° і наявністю протуберанця;
- з кутом профілю 20° без протуберанця;
- з кутом профілю 8° без протуберанця.

Математичне моделювання процесу обкатування інструментальної рейки, на основі якого формується профіль западини зуба, реалізовано в середовищі Scilab 6.1.1 – відкритому програмному забезпеченні для побудови математичних моделей.

Опис формоутворення профілю зуба здійснюється на основі параметричних рівнянь:

- евольвентної частини профілю;
- перехідної кривої між евольвентною частиною та западиною;
- дуги западини;
- вершинної частини;
- симетричних зображень.

Для побудови профілю використано змінні параметри, що дають змогу легко змінювати геометричні характеристики (кут профілю, кількість зубів, модуль, глибину викружки).

Профілі зуба будуються у вигляді сукупності сегментів, об'єднаних у замкнений контур.

Експорт даних здійснюється у форматі .csv для подальшого використання у CAD-системах або аналітичній обробці. Координати точок профілю розбиваються на три групи: евольвента, перехідна крива та дуга западини.

Аналіз геометрії викружки здійснюється шляхом оцінювання:

- плавності перехідної кривої (безперервність похідних);
- глибини викружки в зоні ніжки зуба;
- наявності перешкод для шліфувального круга;
- відсутності різких змін напрямку або мікроопуклостей;
- придатності профілю до шліфування.

Порівняння трьох варіантів профілю виконується за такими критеріями:

- наявність викружки (якісна оцінка форми западини);
- технологічна складність інструмента;
- потенційна вартість виготовлення;
- відповідність вимогам до шліфування загартованих поверхонь.

Додатково застосовується графічна оцінка результатів: побудова повного зубчастого вінця з 30 зубів через обертання базового профілю на кут $2\pi/z$, що дозволяє візуально проаналізувати повторюваність, симетрію та можливі геометричні конфлікти між сусідніми профілями.

У дослідженні застосовано чисельно-аналітичний підхід до опису геометрії профілю западини зубчастого колеса, який формується внаслідок обкатування вихідним профілем черв'ячної фрези [12]. Математична модель реалізована в середовищі Scilab із використанням параметричних рівнянь та полярних координат.

Модель профілю будується як сукупність таких геометричних ділянок:

- евольвентна частина;
- перехідна крива між боковою поверхнею зуба і западиною;
- дуга западини;
- вершина зуба;
- симетрична частина.

Координати точок евольвентної ділянки описуються у полярній системі:

$$x(u) = r(u) \cdot \sin \varphi(u), \quad y(u) = r(u) \cdot \cos \varphi(u), \quad (1)$$

де $r(u)$ – поточний радіус;

$\varphi(u)$ – полярний кут евольвенти, який розраховується за формулою:

$$\varphi(u) = \varphi_0 + \tan \theta(u) - \theta(u), \quad (2)$$

де $\theta(u) = \arccos\left(\frac{r_b}{r(u)}\right)$ – радіус базового кола. Значення φ_0 залежить від конструкції інструменту та зміщення профілю.

Перехідна крива між евольвентною ділянкою та западиною задається параметрично:

$$x_p(t) = (X_a + r_d \cdot t) \cdot \cos t - (Y_a + r_d) \cdot \sin t, \quad (3)$$

$$y_p(t) = (X_a + r_d \cdot t) \cdot \sin t + (Y_a + r_d) \cdot \cos t, \quad (4)$$

де X_a, Y_a – координати початкової точки переходу;

r_d – дільний радіус зубчастого колеса;

t – змінний параметр, що відповідає за положення точки при побудові перехідної кривої.

Граничне значення параметра t , при якому перехідна крива торкається внутрішнього кола западини, визначається розв'язанням рівняння:

$$R_p(t) = \sqrt{x_p^2(t) + y_p^2(t)} - r_f = 0, \quad (5)$$

де r_f – радіус западини.

Координати точки дотику евольвентної та перехідної кривих визначаються як розв'язок системи:

$$\begin{cases} x_p(t) = r \cdot \sin \varphi(r) \\ y_p(t) = r \cdot \cos \varphi(r) \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 3 представлено результати чисельного моделювання трьох варіантів профілю зуба. Колірні позначення відповідають окремим ділянкам профілю: синім позначено евольвентну частину, червоним – перехідну криву, зеленим – дугу западини. Варіант на рис. 4, *в* демонструє плавний вихід у зоні ніжки без використання протуберанця, що підтверджує доцільність зменшення кута профілю фрези.

У процесі чисельного моделювання профілю западини зубчастого колеса розглянуто три варіанти геометрії інструментального профілю: з протуберанцем та без нього, при кутах профілю $\alpha_n = 20^\circ$ та $\alpha_n = 8^\circ$ відповідно. На основі отриманих координат здійснено побудову графічних зображень профілю зуба в середовищі Scilab. Усі результати подано на рис. 4.

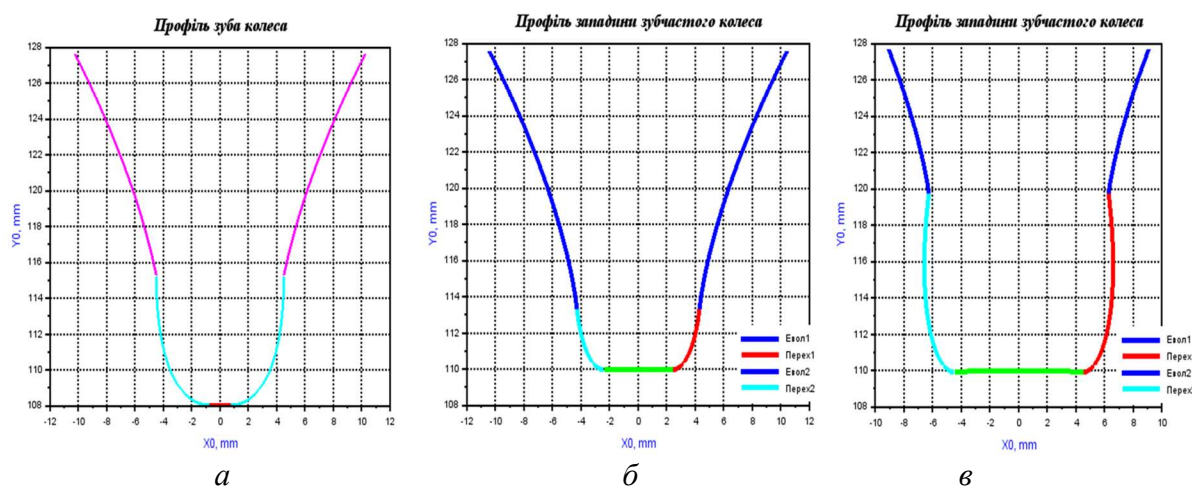


Рис. 4. Змодельовані профілі зубів зубчастого колеса:

а – з кутом профілю 20° та протуберанцем; *б* – з кутом профілю 20° без протуберанця; *в* – з кутом профілю 8° без протуберанця

Джерело: розроблено авторами.

Порівняння отриманих профілів дозволяє зробити низку висновків. Варіант із використанням протуберанця ($\alpha_n = 20^\circ$) забезпечує утворення викружки, що забезпечує вільний вихід шліфувального круга, проте вимагає складної геометрії різальної частини фрези. Стандартний профіль без протуберанця ($\alpha_n = 20^\circ$) не формує необхідного припуску в зоні ніжки зуба, що унеможливує повноцінне шліфування западини. Натомість варіант зі зменшеним кутом профілю ($\alpha_n = 8^\circ$) дає змогу сформувати геометрію, яка забезпечує вихід шліфувального інструмента, навіть попри незначне підрізання евольвентної частини, що залишається в межах допустимих значень.

Окремо виконано порівняння перехідних кривих у зоні ніжки зуба (рис. 5).

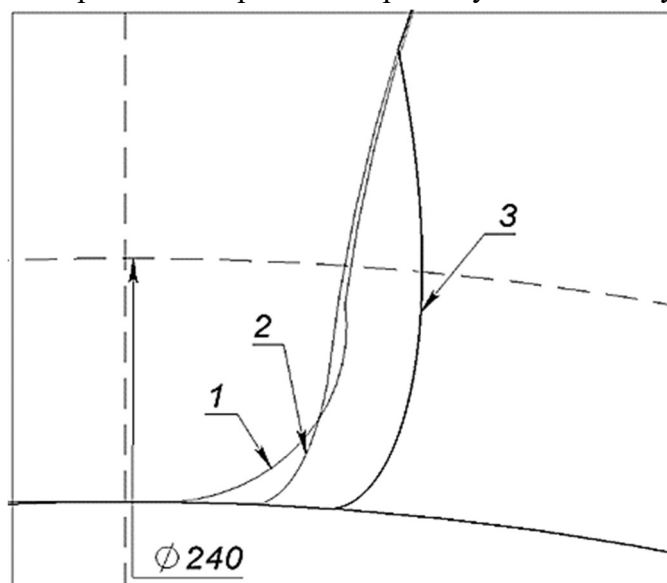


Рис. 5. Порівняння перехідних кривих западини зуба при різних варіантах профілю черв'ячної фрези:
1 – з протуберанцем ($\alpha_n = 20^\circ$); 2 – без протуберанця ($\alpha_n = 20^\circ$);
3 – без протуберанця ($\alpha_n = 8^\circ$)

Джерело: розроблено авторами.

Побудова дає змогу зіставити три варіанти геометрії формоутворення:

- 1 – профіль із протуберанцем ($\alpha_n = 20^\circ$);
- 2 – профіль без протуберанця ($\alpha_n = 20^\circ$);
- 3 – профіль без протуберанця ($\alpha_n = 8^\circ$).

Профіль 3 дозволяє сформувати геометрію западини, яка забезпечує вільний вихід шліфувального круга під час операції шліфування. Це підтверджує доцільність зменшення кута профілю різальної частини черв'ячної фрези для створення припуску, придатного до якісного шліфування без застосування протуберанця.

Висновки. У результаті дослідження доведено, що зменшення кута профілю черв'ячної фрези є ефективним способом формування «викружки» в зоні западини зубчастого колеса без необхідності застосування протуберанця. Це дозволяє спростити конструкцію інструменту та знизити його виробничу складність.

Математичне моделювання процесу формоутворення профілю зуба шляхом обкатування показало, що при зменшенні кута профілю до $\alpha_n = 8^\circ$ формується припуск у зоні ніжки зуба, придатний для подальшого шліфування. Отримана форма відповідає технологічним вимогам, зокрема забезпечує вихід шліфувального круга.

Порівняльний аналіз трьох варіантів геометрії (із протуберанцем при $\alpha_n = 20^\circ$, без протуберанця при $\alpha_n = 20^\circ$, без протуберанця при $\alpha_n = 8^\circ$) підтвердив, що останній варіант забезпечує формування «викружки» без різких змін геометрії зуба, при збереженні допустимих відхилень евольвентної частини.

Запропонований підхід не лише знижує вимоги до точності профілювання фрези, а й дозволяє уникнути підвищених витрат, пов'язаних із виготовленням інструменту з протуберанцем, що є актуальним для серійного та дрібносерійного виробництва.

Результати дослідження можуть бути використані при проектуванні нових типів збірних черв'ячних фрез для обробки зубчастих коліс, що підлягають загартуванню і, як наслідок, орієнтованих на подальше шліфування для забезпечення довговічності та навантажувальних спроможностей зубчастих передач.

Заява про використання генеративного ШІ та технологій на основі ШІ в процесі написання текстів

У процесі підготовки цієї статті ми (автори) частково використовували інструменти генеративного штучного інтелекту (зокрема, систему ChatGPT, OpenAI, Academic GPT) для редагування текстів, формулювання анотації, перекладу технічних термінів із літературних джерел англійською мовою. Усі отримані результати ретельно перевірені авторами на відповідність змісту дослідження та науковим стандартам. Жодна частина тексту не була згенерована без участі авторів.

Ми підтверджуємо, що вся наукова інформація, включаючи результати моделювання, формули, висновки та зображення, є оригінальною та отриманою безпосередньо у процесі виконання дослідження.

Список використаних джерел

1. Chen, Y., Liu, X., Yang, X., & others. (2023). Investigation on geometrical morphology of tooth surface finished by green high-speed dry hobbing for gear precision machining. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, 10, 1141-1154. <https://doi.org/10.1007/s40684-022-00459-3>.
2. Wang, Y., Xu, H., Shen, H., Wang, G., & Wang, Z. A. (2024). Study on the effect of gear hobbing process parameters on the residual stress of the tooth root. *Applied Sciences*, 14(2), 597. <https://doi.org/10.3390/app14020597>.
3. Dong, P., Zuo, S., Tenberge, P., Uelpenich, R., Xu, X., Liu, Y., Wang, S., & Lai, J. (2022). Rapid hob tip corner optimization of spur gears for increasing bending strength. *International Journal of Mechanical Sciences*, 224, 107322. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2022.107322>.
4. Hodgyai, N., Máté, M., Oancea, G., & Dragoi, M.-V. (2024). Gear hobs—cutting tools and manufacturing technologies for spur gears: The state of the art. *Materials*, 17(13), 3219. <https://doi.org/10.3390/ma17133219>.
5. He, R., Tenberge, P., Xu, X., Li, H., Uelpenich, R., Dong, P., & Wang, S. (2021). Study on the optimum standard parameters of hob optimization for reducing gear tooth root stress. *Mechanism and Machine Theory*, 156, 104128. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.104128>.
6. Karpuschewski, B., Beutner, M., Köchig, M., & Härtling, C. (2017). Influence of the tool profile on the wear behaviour in gear hobbing. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 18, 128-134. <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2016.11.002>.
7. Kapelevich, A.L., Shekhtman, Y.V. (2019). Optimization of asymmetric tooth root generated with protuberance hob. *Forsch Ingenieurwes* 83, 627-634. <https://doi.org/10.1007/s10010-019-00357-2>.
8. Mascenik, J., Coranic, T., & Krenicky, T. (2023). Options on tooth profile modification by hob adjustment. *Applied Sciences*, 13(19), 10646. <https://doi.org/10.3390/app131910646>.
9. Kühn, F., Löpenhaus, C., Brimmers, J. et al. (2020). Analysis of the influence of the effective angles on the tool wear in gear hobbing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 108, 2621-2632. <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05499-0>.
10. Piotrowski, A., & Tyliszczak, A. (2024). Profile optimisation of a solid modular hob in the machining of gears made of classic and unusual, innovative materials. *Materials*, 17(9), 2049. <https://doi.org/10.3390/ma17092049>.
11. Ni, H., Yan, C., Ge, W. et al. (2022). Integrated optimization of cutting parameters and hob parameters for energy-conscious gear hobbing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 118, 1609-1626. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07804-x>.
12. Богуслаєв, В., Равська, Н., Качан, О., & Балущок, К. (2007). *Формоутворення черв'ячних зуборізних фрез. Запоріжжя: Мотор Січ*.

References

1. Chen, Y., Liu, X., Yang, X., & others. (2023). Investigation on geometrical morphology of tooth surface finished by green high-speed dry hobbing for gear precision machining. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, 10, 1141-1154. <https://doi.org/10.1007/s40684-022-00459-3>.
2. Wang, Y., Xu, H., Shen, H., Wang, G., & Wang, Z. A. (2024). Study on the effect of gear hobbing process parameters on the residual stress of the tooth root. *Applied Sciences*, 14(2), 597. <https://doi.org/10.3390/app14020597>.

3. Dong, P., Zuo, S., Tenberge, P., Uelpenich, R., Xu, X., Liu, Y., Wang, S., & Lai, J. (2022). Rapid hob tip corner optimization of spur gears for increasing bending strength. *International Journal of Mechanical Sciences*, 224, 107322. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2022.107322>.
4. Hodgyai, N., Máté, M., Oancea, G., & Dragoi, M.-V. (2024). *Gear hobs—Cutting tools and manufacturing technologies for spur gears: The state of the art*. *Materials*, 17(13), 3219. <https://doi.org/10.3390/ma17133219>.
5. He, R., Tenberge, P., Xu, X., Li, H., Uelpenich, R., Dong, P., & Wang, S. (2021). Study on the optimum standard parameters of hob optimization for reducing gear tooth root stress, *Mechanism and Machine Theory*, 156, 104128. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.104128>.
6. Karpuschewski, B., Beutner, M., Köchig, M., & Härtling, C. (2017) Influence of the tool profile on the wear behaviour in gear hobbing, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 18, 128-134. <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2016.11.002>.
7. Kapelevich, A. L., Shekhtman, Y. V. (2019). Optimization of asymmetric tooth root generated with protuberance hob. *Forsch Ingenieurwes*, 83, 627-634. <https://doi.org/10.1007/s10010-019-00357-2>.
8. Mascenik, J., Coranic, T., & Krenicky, T. (2023). Options on Tooth Profile Modification by Hob Adjustment. *Applied Sciences*, 13(19), 10646. <https://doi.org/10.3390/app131910646>.
9. Kühn, F., Löpenhaus, C., Brimmers, J. et al. (2020). Analysis of the influence of the effective angles on the tool wear in gear hobbing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 108, 2621-2632. <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05499-0>.
10. Piotrowski, A., & Tyliszczak, A. (2024). Profile Optimisation of a Solid Modular Hob in the Machining of Gears Made of Classic and Unusual, *Innovative Materials*. *Materials*, 17(9), 2049. <https://doi.org/10.3390/ma17092049>.
11. Ni, H., Yan, C., Ge, W. et al. (2022). Integrated optimization of cutting parameters and hob parameters for energy-conscious gear hobbing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 118, 1609-1626. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07804-x>.
12. Bohuslaiev, V. O., Ravska, N. S., Kachan, O. Ї Ya., & Balushok, K. B. (2007). *Formoutvorennya cherv'yachnykh zuboriznykh frez [Formation of worm gear hobs]*. *Motor Sich*.

Отримано 27.08.2025

UDC 621.91.01

**Kyrylo Khomenko¹, Volodymyr Kucher², Oleksii Osypchuk³,
Bogdan Dzyuman⁴, Oleksandr Okhrimenko⁵**

¹PhD student of the Department of Manufacturing Engineering
National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (Kyiv, Ukraine)
E-mail: homenkokirill727@gmail.com

²PhD student of the Department of Manufacturing Engineering
National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (Kyiv, Ukraine)
E-mail: vladimirkucher145@gmail.com

³PhD student of the Department of Manufacturing Engineering
National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (Kyiv, Ukraine)
E-mail: alekseiosypchuk@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-7865-9484>

⁴PhD student of the Department of Manufacturing Engineering
National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (Kyiv, Ukraine)
E-mail: dzyumanbogdan@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0008-5928-4569>

⁵Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Manufacturing Engineering
National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (Kyiv, Ukraine)
E-mail: alexhobs77@gmail.com. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-5446-6987>

GEAR TOOTH PROFILE FORMING WITH A GRINDING ALLOWANCE USING HOBES WITHOUT PROTUBERANCE

This paper proposes an alternative approach to the formation of a grinding allowance in the root area of gear teeth to ensure clearance for the grinding wheel during the finishing operation, without the use of a protuberance. The proposed method is based on reducing the profile angle of the hob. The relevance of the study lies in the fact that conventional protuberance-type hobs, typically used for forming grinding allowances, have a complex cutting geometry, which significantly increases their

manufacturing cost. Standard hobs with unmodified cutting profiles do not provide sufficient material in the root area for subsequent grinding. Therefore, the development of modified hobs with a reduced profile angle is considered. Replacing protuberance hobs with tools featuring a simplified cutting geometry can reduce production costs and simplify tool design.

The research was conducted using a numerical–analytical simulation of the enveloping process of the tool profile in the Scilab environment. Three variants of rack-type cutting geometry were analyzed: with a 20° profile angle and protuberance, with a 20° angle without protuberance, and with an 8° angle without protuberance. For each variant, the resulting root profile was modeled, including the involute segment, fillet transition curve, and root arc.

The results demonstrate that reducing the profile angle to 8° enables the formation of a geometry suitable for grinding wheel clearance in the root area. At the same time, the cutting profile of the worm hob becomes significantly simpler to manufacture, and the slight trimming of the involute remains within permissible limits. The proposed approach eliminates the need for protuberance-type hobs when forming a grinding allowance. These findings can be applied in the design of new types of composite hobs intended for machining gear wheels that undergo hardening and subsequent grinding.

Keywords: gear tooth; root fillet; worm hob; protuberance; tooth profile; profile angle; hobbing; grinding allowance; tool optimization; profile synthesis; mathematical modeling.

Fig.: 4. References: 12.