

– розроблення методики геоінформаційного синтезу просторової структури мережі збирання побутових відходів;

– експериментальна перевірка оптимальності синтезованої структури мережі збирання побутових відходів.

**Висновки і пропозиції.** Формування за поставлених умов мережі збирання та переробки екологічно-небезпечних відходів забезпечить вирішення проблеми ефективного поводження з побутовими відходами в місті. Подальше дослідження, розв'язок даної наукової задачі полягає у деталізації і формалізації запропонованих часткових показників ефективності  $E$ ,  $S$ ,  $V$ .

#### Список використаних джерел

1. Корнієнко І. В. Стан і напрями розв'язування проблеми утилізації екологічно-небезпечних побутових відходів [Електронний ресурс] / І. В. Корнієнко, А. І. Кошма. – Режим доступу : <http://www.chasopis.geci.cn.ua/nomer/2012/1/122-127.pdf>.

2. Артов А. Стратегія інтегрованого поводження з твердими побутовими відходами (ТПВ) в Тульчинському цільовому регіоні [Електронний ресурс] / А. Артов. – Режим доступу : <http://despro.org.ua/library/presentation/>.

3. Про відходи [Електронний ресурс] : Закон України від 05.03.1998 № 187/98-ВР. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/187/98-%D0%B2%D1%80>.

4. Гігієнічні вимоги щодо поводження з промисловими відходами та визначення їх класу небезпеки для здоров'я населення. ДСанПіН 2.2.7.029-99 : Державні санітарні правила та норми від 01.07.1999 № 29.

5. Про затвердження Методики роздільного збирання побутових відходів [Електронний ресурс] : Закон України від 01.08.2011 № 133. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/z1157-11>.

6. Про затвердження Державних санітарних норм та правил утримання територій населених місць [Електронний ресурс] : Закон України від 17.03.2011 № 145. – Режим доступу : <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/z0457-11>.

7. Ігнатенко О. П. Побутові відходи – правила гри на ринку : практичний посібник / О. П. Ігнатенко. – К., 2012. – 200 с.

УДК 528.3

**С.Д. Крячок**, канд. техн. наук

**Л.С. Мамонтова**, ст. викладач

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

#### РОЗРОБЛЕННЯ ПРОСТОРОВОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПОСТІЙНОЇ ПОПРАВКИ ЕЛЕКТРОННИХ ВІДДАЛЕМІРІВ

**С.Д. Крячок**, канд. техн. наук

**Л.С. Мамонтова**, ст. преподаватель

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

#### РАЗРАБОТКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОСТОЯННОЙ ПОПРАВКИ ЭЛЕКТРОННЫХ ДАЛЬНОМЕРОВ

**Serhii Kriachok**, PhD in Technical Sciences

**Liudmyla Mamontova**, senior teacher

Chernihiv National University of Technology, Chernihiv, Ukraine

#### THE DEVELOPMENT OF A SPATIAL MATHEMATICAL MODEL OF A PERMANENT AMENDMENT OF ELECTRONIC RANGEFINDERS

Проведено аналіз наявних способів визначення постійної поправки електронних віддалемірів. Виокремлено два способи, які не потребують закріплення точок на місцевості та високоточного вимірювання відстаней між цими точками: з розташуванням середнього штатива поза створом та на різній висоті відносно двох крайніх штативів; з розташуванням штативів у створі та вимірюванням відстаней між ними у всіх можливих комбінаціях. Розробле-

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGY

но математичні моделі для визначення постійної поправки та спрощену математичну модель для розрахунку точності визначення постійної поправки з урахуванням вимірних відстаней, горизонтальних кутів і кутів нахилу для позастворного способу та математичну модель для розрахунку допусків на встановлення приладів один відносно одного в плані та по висоті у створному способі.

**Ключові слова:** вимірювання відстаней, постійна поправка електронного віддалеміра, математичні моделі.

Проведен анализ существующих способов определения постоянной поправки электронных дальномеров. Выделены два способа, которые не нуждаются в закреплении точек на местности и высокоточного измерения расстояний между этими точками: с расположением среднего штатива вне створа и на разной высоте относительно двух крайних штативов; с расположением штативов в створе и измерением расстояний между ними во всех возможных комбинациях. Разработаны математические модели для определения постоянной поправки и упрощенную математическую модель для расчета точности определения постоянной поправки с учетом измеренных расстояний, горизонтальных углов и углов наклона для внестворного способа и математическая модель для расчета допусков на установку приборов друг относительно друга в плане и по высоте в створном способе.

**Ключевые слова:** измерение расстояний, постоянная поправка электронного дальномера, математические модели.

The analysis of definition the existing ways of the constant amendment electronic rangefinders was carried out. Two methods which don't need fixing of points on the district and high-quality measurement of distances between these points were selected: with the location of an average tripod out of an alignment and at different height concerning two extreme tripods; with the placement of tripods in the alignment and measurement of distances between them in all possible combinations. Mathematical models for definition the constant amendment and the simplified mathematical model for definition of the calculation accuracy the constant amendment with taking into account the measured distances, horizontal angles and an angle of view for out of alignment method and the mathematical model for calculation of tolerances on the installation devices from each other in the plan and on height in the alignment method were developed.

**Key words:** measuring the distance, the constant amendment, electronic rangefinder, mathematical models.

**Постановка проблеми.** Для визначення відстаней, вимірних світло- чи радіовіддалемірами та електронними тахеометрами, необхідно знати сталу, яку прийнято називати постійною поправкою. Постійна поправка виникає через незбігання осей обертання електронного віддалеміра і відбивача з випромінюючою поверхнею віддалеміра та відбивною поверхнею відбивача. Значення постійної поправки можна віднайти у паспорті електронного віддалеміра, в інтернет-джерелах, які стосуються відповідного типу приладу. Але для отримання надійного її значення, краще періодично визначати величину поправки, що дозволяє з більшою достовірністю вимірювати відстані електронними віддалемірами.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У публікаціях [1–4] наведено кілька способів визначення постійної поправки. В першому випадку виконуються вимірювання коротких інтервалів відомої довжини в межах фазового циклу, в другому – вимірюється контрольний базис довжиною 300–500 м, у третьому – вимірюється кілька ліній, довжини яких попередньо визначені із заданою точністю. Постійна поправка визначається як різниця між відомою довжиною відрізка та вимірним його значенням за допомогою електронного віддалеміра. У випадку вимірювання кількох відрізків визначають декілька значень поправки та обчислюють її середню величину. Недоліком усіх цих способів є необхідність попереднього вимірювання інтервалів з точністю  $(1-2) \cdot 10^{-6}$  – для геодезичних і топографічних світловіддалемірів та  $(3-5) \cdot 10^{-7}$  – для високоточних світловіддалемірів [1] та закріплення кінців інтервалів на місцевості.

У четвертому способі визначають постійну поправку завдяки розрахунку за конструктивними розмірами [1]. Зрозуміло, що у цьому випадку необхідно знати конструктивні параметри віддалеміра і відбивача.

П'ятий спосіб передбачає використання блоку контрольного відліку, який прикріплюється до зорової труби електронного тахеометра [2]. Але не кожен електронний віддалемір має в комплекті таку насадку.

У шостому способі пропонується визначати постійну поправку за різницею віддалі між двома крайніми точками та сумою проєкцій на цю віддалі відстаней від середньої точки до крайніх точок [2]. Всі три точки не закріплюються на місцевості, а тому у визначення постійної поправки не входять похибки за центрування приладу та відбивача. Середня точка розміщується поза створом крайніх точок. Тому необхідно виміряти два горизонтальних кута з крайніх точок на середню. Відступ від створу середньої точки

може складати кілька метрів. Перевагою способу є те, що немає необхідності у попередньому точному визначенні довжин ліній. До недоліків цього способу слід віднести: необхідність вимірювання горизонтальних кутів без вертикальних; вплив похибки незбігання візирної осі зорової труби та віддалемірної осі тахеометра на точність визначення постійної поправки [2].

У цьому способі вимірюються кілька ліній, розташованих у створі, у всіх можливих комбінаціях. Постійна поправка визначається як середнє значення різниць замикаючих відстаней та пари відстаней, що входять у замикаючі. В цьому випадку немає необхідності у попередньому точному вимірюванні ліній та горизонтальних кутів [3]. У [4] наведено вдосконалений спосіб, коли лінії вимірюються двічі у всіх можливих комбінаціях, що дозволяє контролювати якість вимірювань за різницями подвійних вимірювань безпосередньо на станції. Недоліком способу є необхідність розташування штативів на одній висоті.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** З практичного погляду заслуговують на увагу шостий та сьомий способи, які не потребують заздалегідь закріплених на місцевості точок, що закріплюють лінійні інтервали, виміряні високоточними приладами – тобто вірцевих базисів. Вимірювання можна виконувати безпосередньо на штативах з перестановкою віддалеміра та відбивача у підставках, прикріплених до штативів. Ці способи є самодостатні і для їх реалізації пропонуються математичні моделі.

У математичній моделі шостого способу не враховані кути нахилу відстаней, виміряних на прилади, встановлені на штативи, хоча сучасні електронні тахеометри дозволяють вимірювати кути нахилу. Ця обставина не дозволяє використати математичну модель, наведену в [2], для визначення точності встановлення середнього штатива по вертикалі та враховувати вказані кути нахилу для більш достовірного визначення постійної поправки. Цей спосіб назвемо позастворним, оскільки передбачає встановлення середнього штатива поза створом двох крайніх.

Математична модель створних вимірювань ліній у всіх комбінаціях [3] не враховує як горизонтальних кутів, так і кутів нахилу виміряних відстаней, а тому пропонується всі штативи встановлювати на одній висоті строго у створ крайніх штативів [2; 3], що значно ускладнює підготовчі роботи.

**Мета статті.** Для більш достовірного визначення величини постійної поправки та розрахунку допусків на встановлення приладів один відносно одного в плані та по висоті необхідно побудувати математичні моделі, які враховують як виміряні відстані, так і горизонтальні кути та кути нахилу виміряних ліній для двох виокремлених способів.

**Виклад основного матеріалу.** Нехай (рис. 1) на станції визначення постійної поправки в точках 1, 2 та 3 земної поверхні встановлено штативи з прикріпленими до них підставками. Вказані точки не фіксуються на місцевості. В точці 1' на висоті інструменту  $i_1$  закріплено електронний віддалемір у відставці. Почергово у підставці в точках 2' та 3' встановлюється відбивач на висотах інструменту  $i_2$  та  $i_3$  і вимірюються похилі відстані  $S_{12}$  та  $S_{13}$ . Потім у точці 3' на висоті інструменту  $i_3$  встановлюється у підставку електронний тахеометр і вимірюється похила відстань  $S_{32}$ . Всі три виміряні відстані  $S_{ij}$  містять постійну поправку  $c$ . Звичайно, постійна поправка має від'ємне значення, тобто виміряна лінія є довшою, ніж фактична. На рис. 1 виміряні лінії є коротшими фактичних, а тому величину  $c$  необхідно додавати до виміряної лінії.

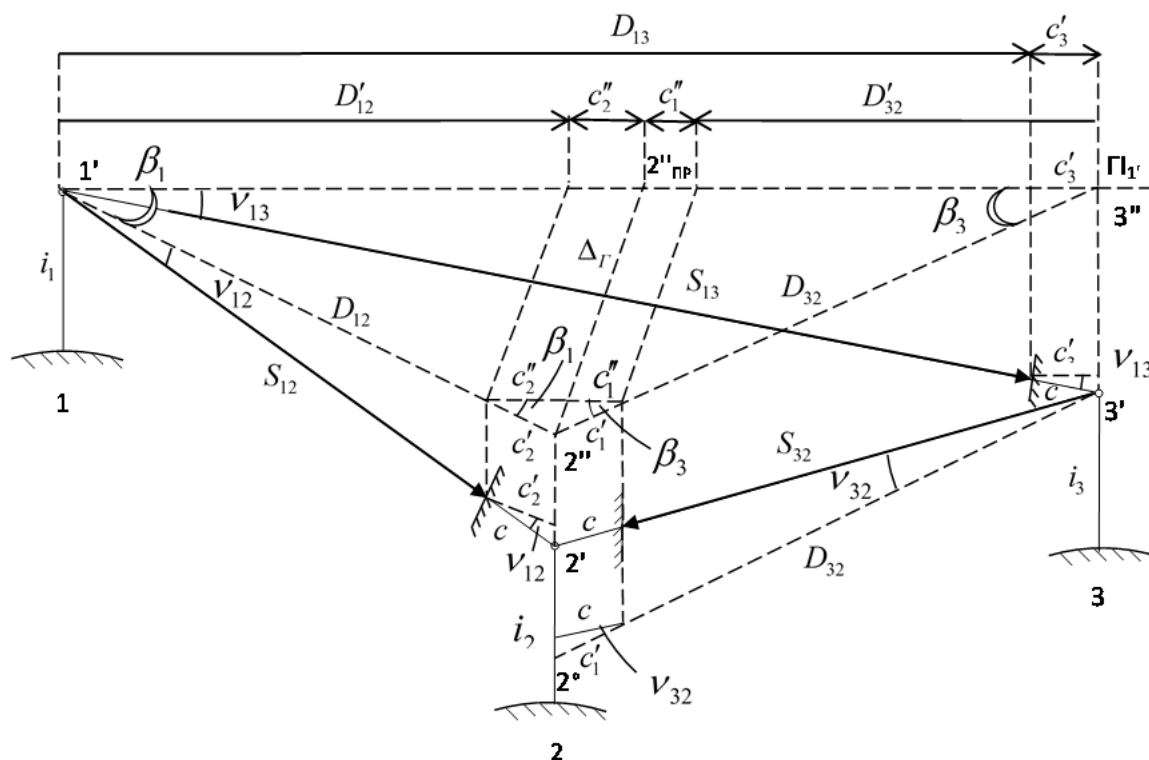


Рис. 1. Просторові параметри на станції визначення постійної поправки

Утворимо горизонтальну площину, яка збігається з горизонтом інструменту точки 1' ( $\Pi_{1'}$ ) та проходить через точки 1', 2'', 3''. Спроекуємо по вертикалі на цю площину кожну з вимірних ліній  $S_{ij}$  та постійну поправку  $c$ , користуючись відповідними кутами нахилу  $v_{ij}$ . Отримаємо горизонтальні відстані  $D_{ij}$  та горизонтальні складові постійної поправки  $c'_i$ . Далі спроекуємо на горизонтальну відстань  $(D_{13} + c'_3)$  інші дві горизонтальні відстані та складові постійної поправки, які розташовані під горизонтальними кутами  $\beta_1$  та  $\beta_3$  до першої. Отримаємо проекції:  $D'_{12}$ ,  $c''_2$ ,  $D'_{32}$ ,  $c''_1$ . Тоді за умови

$$D_{13} + c'_3 = D'_{12} + c''_2 + D'_{32} + c''_1, \quad (1)$$

величина постійної поправки дорівнюватиме

$$c = \frac{S_{12} \cos v_{12} \cos \beta_1 + S_{32} \cos v_{32} \cos \beta_3 - S_{13} \cos v_{13}}{\cos v_{13} - \cos v_{12} \cos \beta_1 - \cos v_{32} \cos \beta_3}. \quad (2)$$

Формула (2) дозволяє визначити постійну поправку світловіддалеміра за вимірними похилими відстанями  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{32}$ , горизонтальними кутами  $\beta_1$  та  $\beta_2$  і кутами нахилу  $v_{12}$ ,  $v_{32}$ ,  $v_{13}$ . Зрозуміло, що вимірювання кутів можна виконувати, якщо світловіддалемір кріпиться до теодоліта – наприклад, СТ-5, або окремо за допомогою теодоліта. Для електронних тахеометрів, які дозволяють обчислити горизонтальні відстані  $D_{12}$ ,  $D_{13}$  та  $D_{32}$ , формулу (2) можна записати у вигляді

$$c = \frac{D_{12} \cos \beta_1 + D_{32} \cos \beta_3 - D_{13}}{\cos v_{13} - \cos v_{12} \cos \beta_1 - \cos v_{32} \cos \beta_3}. \quad (3)$$

З формули (2) видно, що за умови  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  та  $v_{12} = v_{13} = v_{32} = v$

$$c = S_{13} - (S_{12} + S_{32}). \quad (4)$$

Отримана залежність буде відповідати розміщенню приладів на станції у створі вздовж похилої лінії 1'–3', яку назвемо базовою (рис. 2).

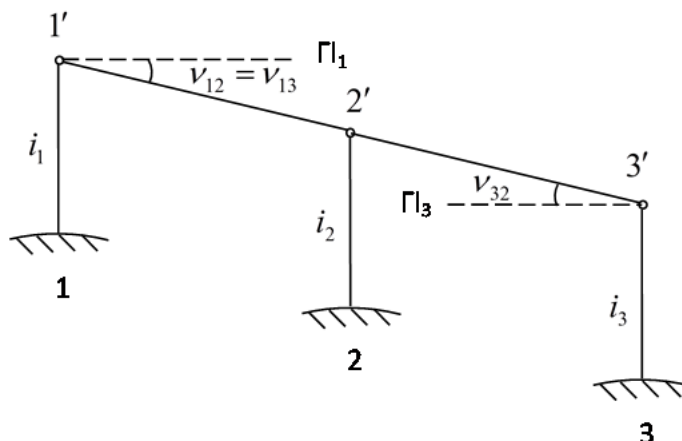


Рис. 2. Розташування штативів на одній похилій лінії

Залежність (2) за вказаних для неї значень  $\beta_i$  і  $v_{ij}$  та рис. 2 доводять, що для створного способу визначення постійної поправки віддалемір та відбивач на штативах можна розмішувати на похилій площині на одній лінії, а не прагнути обов'язково встановити прилади на одній висоті, як інформується у статті [2].

Скористаємось розкладанням у ряд функції косинуса  $\cos x = 1 - x^2/2$  для косинусів кутів нахилу та горизонтальних кутів у формулі (2). Нехтуючи величинами вище другого порядку відносно кутів  $v_{ij}$ ,  $\beta_i$  та з врахуванням коефіцієнта переходу  $\rho = 57^{\circ},296$  до градусної міри кутів, отримаємо після перетворень наближену математичну модель обчислення постійної поправки на станції

$$c = [S_{13} - (S_{12} + S_{32})] - \frac{1}{2\rho^2} [S_{13}(2v_{13}^2 - v_{12}^2 - v_{32}^2) + S_{12}(v_{32}^2 - v_{13}^2) + S_{32}(v_{12}^2 - v_{13}^2)] + \frac{1}{2\rho^2} (S_{12}\beta_1^2 + S_{32}\beta_3^2). \quad (5)$$

Виконаємо тестування математичних моделей, наведених формулами (2) та (5). Для цього необхідно створити математичну модель-імітатор параметрів станції, яка дозволить за вхідними величинами:  $S_{13}$ ,  $S_{12}$ ,  $c$ ,  $v_{13}$ ,  $v_{12}$ ,  $\beta_1$ , визначити вихідні величини  $S_{32}$ ,  $v_{32}$ ,  $\beta_3$ . На рис. 1 приймемо напрям  $\Gamma I_1$  за вісь  $X$ , точку 1' за початок координат, перпендикуляр до  $\Gamma I_1$ , який лежить у горизонтальній площині 1'–2''–3'', за вісь  $Y$ . Позначимо  $S_{ij} + c = S'_{ij}$ . Тоді:

$$\left. \begin{aligned} X_{2'} = X_{2''} = S'_{12} \cos v_{12} \cos \beta_1, \quad Y_{2'} = Y_{2''} = S'_{12} \cos v_{12} \sin \beta_1, \quad Z_{2'} = S'_{12} \sin v_{12}; \\ X_{3'} = X_{3''} = S_{13} \cos v_{13}, \quad Y_{3'} = Y_{3''} = 0, \quad Z_{3'} = S'_{13} \sin v_{13}; \\ S'_{32} = \sqrt{(X_{3'} - X_{2'})^2 + (Y_{3'} - Y_{2'})^2 + (Z_{3'} - Z_{2'})^2}, \quad S_{32} = S'_{32} - c; \\ v_{32} = \arcsin\left(\frac{Z_{3'} - Z_{2'}}{S'_{32}}\right), \quad \beta_3 = \arctg\left(\frac{Y_{2''}}{X_{3'} - X_{2''}}\right). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для  $S_{13} = 10$  м;  $S_{12} = 5,0199$  м;  $c = +40$  мм – постійна поправка, до значення якої наближаються абсолютні величини постійних поправок комплектів «світловіддалемір –

відбивач» багатьох виробників;  $v_{13} = 20^\circ$ ;  $v_{12} = 15^\circ$ ;  $\beta_1 = 1^\circ$  за формулами (6) обчислено значення:  $S_{32} = 4,97940\text{м}$ ;  $v_{32} = 25^\circ,014988$ ;  $\beta_3 = 1^\circ,074519$ . Обчислення за формулою (2) дають значення постійні поправки  $c = +40,00\text{мм}$ , яку можна назвати математичною моделлю-компаратором. Обчислення за наближеною формулою (5) дають значення постійні поправки  $c = +39,75\text{мм}$ . Похибка обчислення постійної поправки за цією формулою становить  $\Delta_C = -0,25\text{мм}$ , або  $0,25/40 = 0,62\%$ . Як видно з обчислень, математична модель за наближеною формулою (5) для суттєвих значень кутів нахилу дозволяє обчислити значення постійної поправки з досить високою точністю.

Перейдемо до лінійних величин, які характеризують відхилення у просторі точки  $2'$  від базової лінії  $1' - 3'$  (рис. 1). У горизонтальній площині таке відхилення характеризується величиною  $\Delta_r$ . З рис. 1 видно, що

$$\Delta_r = S'_{12} \cos v_{12} \sin \beta_1 = S'_{32} \cos v_{32} \sin \beta_3. \quad (7)$$

Після розкладання в ряд функції  $\cos x$  та  $\sin x \approx x$ , нехтуючи величинами вище другого порядку відносно кутів  $v_{ij}$ ,  $\beta_i$  та величиною  $c$ , вираз (7) набуде вигляду

$$\Delta_r \approx S_{12} \frac{\beta_1}{\rho} \approx S_{32} \frac{\beta_3}{\rho}. \quad (8)$$

Підстановка значення  $\Delta_r$  згідно з (8) у останній доданок формули (5) та після перетворень дає вираз

$$\frac{1}{2\rho^2} (S_{12}\beta_1^2 + S_{32}\beta_3^2) = \frac{\Delta_r^2}{2} \left( \frac{1}{S_{12}} + \frac{1}{S_{32}} \right). \quad (9)$$

Для застосування допуску  $\Delta_B$  на відхилення середнього штатива у вертикальній площині від базової лінії необхідно спроектувати просторовий трикутник  $1'2'3'$  на площину  $1'3''3'$  (рис. 1). Для цього спроектуємо  $S_{12}$  на вказану площину та з урахуванням розкладання тригонометричних функцій у ряд отримуємо

$$1' - 2'_{\text{пр}} = \sqrt{(S'_{12})^2 \cos^2 v_{12} \cos^2 \beta_1 + (S'_{12})^2 \sin^2 v_{12}} \approx S_{12} \left( 1 - \frac{\beta_1^2}{2\rho^2} \right). \quad (10)$$

Аналогічно

$$2'_{\text{пр}} - 3' \approx S_{32} \left( 1 - \frac{\beta_3^2}{2\rho^2} \right). \quad (11)$$

З рис. 3 видно, що

$$\Delta_B = (1' - 2'_{\text{пр}}) \sin \Delta v_1 \approx S_{12} \frac{\Delta v_1}{\rho}, \quad (12)$$

$$\Delta_B \approx S_{32} \frac{\Delta v_3}{\rho}, \quad (13)$$

$$v'_{32} = \arcsin \frac{S'_{32} \sin v_{32}}{2'_{\text{пр}} - 3'} \approx v_{32}. \quad (14)$$

Аналогічно

$$v'_{12} \approx v_{12}. \quad (15)$$

Тоді



$$c = S_{13} - S_{12} - S_{32} + \frac{\Delta_B^2}{2} \left( \frac{1}{S_{12}} + \frac{1}{S_{32}} \right) + \frac{\Delta_G^2}{2} \left( \frac{1}{S_{12}} + \frac{1}{S_{32}} \right). \quad (24)$$

Проведено тестування отриманої математичної моделі з використанням попередніх даних тестування та обчислення значень  $\Delta_G$  та  $\Delta_B$  за формулами (8) і (12), отримано  $c = +40,62$  мм. Похибка обчислення постійної поправки за цією формулою становить  $+0,62$  мм, або  $0,62/40 = 1,3$  %. Отримана точність обчислення достатня для використання математичної моделі за формулою (24) для визначення припустимих значень  $\Delta_G$  та  $\Delta_B$  на станції. Математична модель (24) має елемент  $\Delta_B$  та  $\Delta_G$  – відхилення середнього штатива у плані та по висоті від базового напрямку. Цю математичну модель можна використати для способу створних вимірювань ліній у всіх можливих комбінаціях.

Формулу (5) можна спростити, якщо перетворити вираз (24) з урахуванням (8), (12), (13), до вигляду

$$c = S_{13} - S_{12} - S_{32} + \frac{1}{2\rho^2} [S_{12}(v_{13} - v_{12})^2 + S_{32}(v_{32} - v_{13})^2 + S_{12}\beta_1^2 + S_{32}\beta_3^2]. \quad (25)$$

Обчислення за формулою (25) з використанням попередніх вихідних даних тестування дозволяє отримати значення  $c = 40,53$  мм, що становить  $\frac{0,53}{40} = 1,3$  %. Математичну модель (25) можна використовувати для розрахунку допусків на встановлення приладів один відносно одного у плані та по висоті у позастворному способі визначення постійної поправки. Значення самої поправки необхідно визначати за формулами (2) або (3).

**Висновки і пропозиції.** Розроблено математичну модель для визначення постійної поправки електронних віддалемірів та спрощену математичну модель для розрахунку точності визначення постійної поправки з урахуванням вимірних відстаней, горизонтальних кутів та кутів нахилу відстаней для випадку розташування середнього штатива поза створом та на різній висоті відносно двох крайніх штативів.

Розроблено математичну модель для розрахунку допусків на встановлення приладів один відносно одного в плані та по висоті у створному способі вимірювань ліній у всіх можливих комбінаціях з визначення постійної поправки. Виявлено, що проміжні штативи можна встановлювати не тільки на одній висоті, а й вздовж похилої лінії, яку утворюють два крайні штативи, що спрощує вибір місцевості для створу.

У подальшому необхідно виконати розрахунки точності визначення постійної поправки та допусків на встановлення приладів один відносно одного у плані та по висоті для розглянутих способів.

#### Список використаних джерел

1. *Сборник* инструкций по производству поверок геодеических приборов / Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. – М. : Недра, 1988. – 77 с.
2. *Ворошилов А. П.* Определение постоянной поправки дальномера электронного тахеометра / А. П. Ворошилов // *Геопрофи.* – 2005. – № 4. – С. 46–47.
3. *Бронштейн Г. С.* Комбинированные способы измерения расстояний / Г. С. Бронштейн. – М. : Недра, 1991. – 92 с.
4. *Крячок С. Д.* До визначення постійної поправки електронними віддалемірами / С. Д. Крячок // *Вісник геодезії та картографії.* – 2015. – № 2. – С. 4–7.
5. *Видув Н. Г.* Вероятностно-статистический анализ погрешностей измерений / Н. Г. Видув, Г. С. Кондра. – М. : Недра, 1969. – 320 с.