

*Андрій Єрошенко, Андрій Палій*

## МОДЕЛЮВАННЯ СИЛ РІЗАННЯ В РОБОЧИХ ПРОЦЕСАХ АБРАЗИВНОГО ШЛІФУВАННЯ

*Андрей Ерошенко, Андрей Палей*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛ РЕЗАНИЯ В РАБОЧИХ ПРОЦЕССАХ АБРАЗИВНОГО ШЛИФОВАНИЯ

*Andriy Yeroshenko, Andriy Paliy*

## MODELING OF CUTTING FORCES IN THE WORKING PROCESSES OF ABRASIVE GRINDING

*Запропоновано математичну модель, що дозволяє розрахувати силу різання на плямі контакту абразивного круга і заготовки з урахуванням форми абразивного зерна, його розмірів, вильоту зерен зі зв'язки, відносного положення зерен на поверхні круга та глибини занурення зерен у матеріал заготовки.*

**Ключові слова:** *робочий процес шліфування, пляма контакту абразивного круга і деталі, сили різання під час шліфування.*

*Рис.: 6. Бібл.: 13.*

*Предложена математическая модель, позволяющая рассчитать силу резания на пятне контакта абразивного круга и заготовки с учетом формы абразивного зерна, его размеров, вылета зерен из связки, относительного положения зерен на поверхности круга и глубины погружения зерен в материал заготовки.*

**Ключевые слова:** *робочий процес шліфування, плямо контакту абразивного круга і деталі, сили різання при шліфуванні.*

*Рис.: 6. Библ.: 13.*

*A mathematical model to calculate the cutting force to the contact abrasion wheel and workpiece shapes incl abrasive grain, its size, grain departure of the bunch, the relative position of grains on the surface of the circle and the depth of immersion grains in the material of the workpiece.*

**Key words:** *working process grinding, contact patch of grinding wheel and details cutting force at grinding.*

*Fig.: 6. Bibl.: 13.*

**Постановка проблеми.** Процес абразивного шліфування посідає значне місце в машинобудуванні як один з методів фінішної обробки. Під час шліфування в зоні контакту абразивного інструменту з заготовкою відбувається процес ковзання, пластичного деформування матеріалу заготовки або різання, що супроводжується виникненням значних сил. Зі збільшенням цих сил збільшується знос абразивного інструменту, скорочується період його стійкості, підвищується температура в зоні різання, що інколи призводить до тріщин і прижогів на обробленій поверхні. Це збільшує шорсткість обробленої поверхні та знижує точність обробки. Тому питання дослідження сил при абразивному шліфуванні і вплив різних чинників на їх зміну є предметом багатьох досліджень.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Модель процесу шліфування описує взаємозв'язок між вхідними та вихідними величинами. Нині для моделювання сил різання існує три підходи: статистичний, енергетичний і імітаційно-фізичний.

Статистичний підхід [12; 13] стосується шліфування як процесу різання декількома різальними кромками. Всі зерна на поверхні круга, що контактують з матеріалом заготовки, як передбачається, ріжуть при однаковій глибині різання. Загальна сила різання під час шліфування, є сумою всіх сил різання на кожному активному зерні.

Енергетичний підхід [11; 13] передбачає, що зерна, занурюючись у заготовку, будуть проходити 3 етапи: ковзання, царапання, різання залежно від глибини занурення зерна в заготовку. Таким чином, загальна споживана енергія є сумою всіх трьох етапів.

Концепція імітаційно-фізичного підходу [13], заснована на фізиці стосовно моделювання процесу шліфування. Відправною точкою такого моделювання є числовий опис властивостей круга [10], які можуть бути встановлені за допомогою вимірювання, аналітичного чи математичного моделювання. У цьому підході процес взаємодії [7; 10; 13] абразивного зерна та заготовки досліджується за допомогою методу скінченних елементів.

Сили мікрорізання одиничним зерном при алмазному шліфуванні досліджувалися науковою школою проф. А. І. Грабченка [2], а при абразивному – науковою школою проф. В. І. Кальченка [3]. Авторами роботи також проводилися дослідження процесу мікрорізання [4; 5], але відсутні математичні моделі, які можуть прогнозувати сили різання на плямі контакту абразивного круга і деталі з урахуванням форми абразивного зерна, його розмірів, вильоту зерен зі зв'язки, відносного положення зерен на поверхні круга та глибини занурення зерен у матеріал заготовки.

Серед всіх різальних інструментів абразивні є єдиними, у яких стандарти [6] не регламентують форму зерен, їх геометрію, закон розподілу зерен за формою, розмірами, положенням на робочій поверхні. Форма абразивних зерен є основою для розрахунку кількості різальних кромок, величину кутів різання та форму робочої частини зерна, у контакті з оброблюваною заготовкою. Форма та геометрія зерен складна і залишається здебільшого невизначеною.

Абразивні матеріали – це зерна різної величини і форми, які поділяють на фракції. Основною фракцією називається сукупність зерен певного розміру, що переважають у складі. Тому зернистість матеріалу визначається зернами основної фракції. Кількість можливих моделей [2] розподілу елементів робочої поверхні шліфувального круга досить велике. Вибір того чи іншого закону розподілу визначається відповідністю властивостей розподілу вимогам дослідження й адекватності опису отриманих експериментальних даних.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Слід відзначити, що існуючі на сьогодні дослідження характеризуються встановленням впливу окремих параметрів шліфувального круга на сили різання. Проте в реальних умовах на процес шліфування фактори діють одночасно, зумовлюючи коливання сил різання. В наявних літературних джерелах не виявлено варіантів розрахунку сили різання на плямі контакту круга і заготовки, з впливом форми абразивного зерна, глибини занурення зерен у матеріал заготовки, положення зерен на робочій поверхні круга та кількості зерен на плямі контакту загалом на величину сили різання.

**Метою роботи є** розроблення математичної моделі, яка дозволяє прогнозувати величину сил різання при взаємодії поверхні круга з матеріалом заготовки.

**Виклад основного матеріалу.** Як було зазначено у джерелах [1; 8; 9], форму і геометрію абразивного зерна наближують до спрощених фігур, що піддаються математичному опису для зменшення невизначеності форми і геометрії абразивного зерна.

Тому для моделювання абразивного зерна оберемо випуклий правильний багатокутник – октаедр, що зображений на рис. 1.

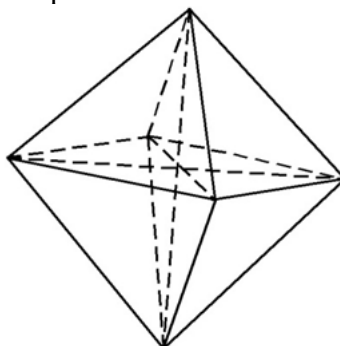


Рис. 1. Спрощена форма абразивного зерна у вигляді октаедра

Як відомо, шліфувальні матеріали поділяють за зернистістю. Номер зернистості залежить від відсоткового складу основної фракції. У стандарті [6] зазначено, що зерновий склад шліфувальних матеріалів характеризується відсотковим складом таких фракцій: граничної, крупної, основної, комплексної, дрібної.

TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

У літературі [1; 2] було відмічено, що зерновий склад шліфувальних матеріалів може описуватись законом нормального розподілу (1).

$$N(x, \mu_x, \sigma_x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu_x)^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right), \quad (1)$$

де  $x$  – поточний розмір абразивного зерна;

$\mu_x$  – середній розмір абразивного зерна;

$\sigma_x$  – середнє квадратичне відхилення розміру абразивного зерна.

Згідно зі стандартом [6] розмір абразивних зерен у складі шліфувальних матеріалів може змінюватись від  $x_{\min}$  до  $x_{\max}$ , тому відповідно до (1) ймовірність появи зерен розміром від  $x_{\min}$  до  $x_{\max}$  визначається виразом (2):

$$P(x_{\min} < x < x_{\max}) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu_x)^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right) dx, \quad (2)$$

де  $x_{\min}$  – найменший розмір абразивного зерна;

$x_{\max}$  – найбільший розмір абразивного зерна.

Формула (2) дозволяє розрахувати ймовірність появи зерен фракцій абразивного матеріалу, для якої відомі параметри кривої нормального розподілу.

Зовнішня поверхня круга – поверхня геометрично правильної форми, проведена через вершини найбільше виступаючих зерен у робочому шарі інструмента (рис. 2).

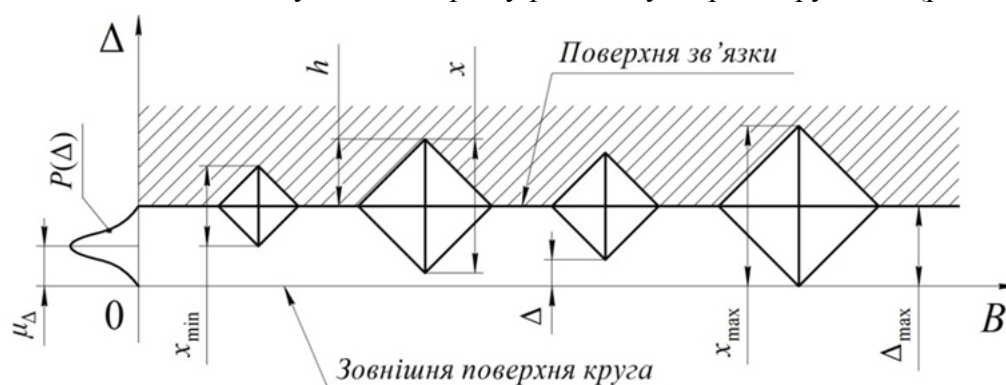


Рис. 2. Схема робочого шару шліфувального круга

Поверхня зв'язки – поверхня геометрично правильної форми, що замінює з найбільшим наближенням фактичну поверхню зв'язки в міжзерновому просторі інструмента.

Робочий шар круга – шар, що розміщений між зовнішньою поверхнею круга і поверхнею зв'язки.

Товщина робочого шару інструмента  $\Delta_{\max}$  може бути визначено експериментально або орієнтовно розраховано за формулою (3) [1]:

$$\Delta_{\max} \approx x_{\max} \cdot (1 - \varepsilon) = (\mu_x + 3 \cdot \sigma_x) \cdot (1 - \varepsilon), \quad (3)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт, що враховує занурення зерен в зв'язку (4).

$$\varepsilon = \frac{h}{x}, \quad (4)$$

де  $h$  – глибина занурення зерна у зв'язку;

$x$  – розмір абразивного зерна.

Експериментальне визначення  $\varepsilon$  проводять вимірюванням найбільших вильотів зерен у крузі (шляхом профілометрії робочої поверхні), для круга такої зернистості можемо, використовуючи формулу (3) розрахувати (5):

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Delta_{\max}}{\mu_x + 3 \cdot \sigma_x}. \quad (5)$$

Будь-яке конкретне значення вильоту зерна  $\Delta$  має випадковий характер. Тому розподілення  $\Delta$  у межах від 0 до  $\Delta_{\max}$  з достатньою надійністю можна описати законом нормального розподілу (6) [1]:

$$N(\Delta, \mu_\Delta, \sigma_\Delta) = \frac{1}{\sigma_\Delta \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(\Delta - \mu_\Delta)^2}{2 \cdot \sigma_\Delta^2}\right) \quad (6)$$

із середньоквадратичним відхиленням (7):

$$\sigma_\Delta \approx \frac{\Delta_{\max}}{6} = \frac{1}{6} \cdot (\mu_x + 3 \cdot \sigma_x) \cdot (1 - \varepsilon) \quad (7)$$

та центром групування (8):

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_{\max}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (\mu_x + 3 \cdot \sigma_x) \cdot (1 - \varepsilon). \quad (8)$$

Тому згідно з (6) ймовірність вильоту зерна від 0 до  $\Delta_{\max}$  зі зв'язки визначається виразом (9):

$$P(0 < \Delta < \Delta_{\max}) = \int_0^{\Delta_{\max}} \frac{1}{\sigma_\Delta \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(\Delta - \mu_\Delta)^2}{2 \cdot \sigma_\Delta^2}\right) d\Delta. \quad (9)$$

Абразивні зерна можуть займати будь-яке положення на робочій поверхні круга, тому для спрощення задачі, будемо розглядати лише відносно положення одних зерен стосовно інших, нехтуючи кутовими положеннями абразивного зерна (рис. 3).

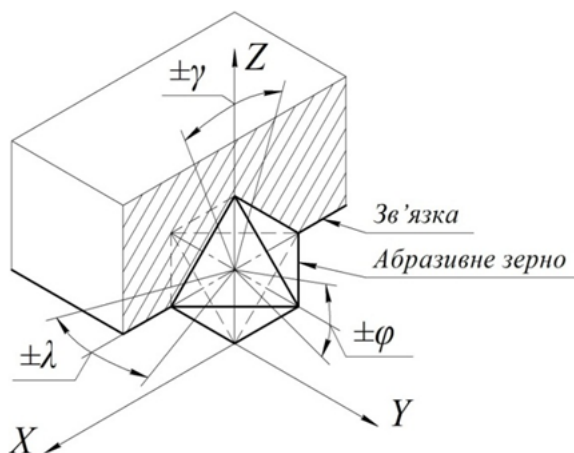


Рис. 3. Кутові положення абразивного зерна

Всі можливі положення, що можуть займати зерна, можна поділити на 3 типи:

- зерна розташовані один за одним;
- зерна з частковим перекриванням одного зерна іншим;
- зерна, що розташовані поряд.

З вищезазначеного зрозуміло, що можливі положення абразивних зерен на поверхні круга, підпорядковується двовимірному закону розподілу.

Прийемо, що положення зерен у напрямку осей  $OX$  (довжина кола  $L$ , що має діаметр  $D$ ) і  $OY$  (висота  $B$  шліфувального круга) не корельовано, тоді коефіцієнт кореляції  $r_{xy} = 0$ .

Іншими словами, ймовірність появи зерна в певному місці на робочій поверхні шліфувального круга дорівнює добутку ймовірностей у напрямку осей  $OX$  і  $OY$ , тобто ймовірності в напрямку осей незалежні між собою.

Положення зерен на робочій поверхні круга може описуватись рівномірним законом розподілу. Двовимірний рівномірний закон розподілу з коефіцієнт кореляції  $r_{xy} = 0$  має вигляд (10):

$$N(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{(L-0) \cdot (B-0)}, & \text{при } 0 < x < L, 0 < y < B \\ 0, & \text{при } (x, y) \notin ABCD \end{cases} \quad (10)$$

де  $ABCD$  – прямокутник з вершинами  $A(0; 0)$ ,  $B(B; 0)$ ,  $C(B; L)$ ,  $D(0; L)$ .

Положення абразивних зерен на робочій поверхні круга може змінюватись у напрямі осей  $OX$  (від 0 до  $L$ ) і  $OY$  (від 0 до  $B$ ), тому відповідно до (10) ймовірність появи зерна в певному місці на робочій поверхні шліфувального круга визначається виразом (11):

$$P(x, y) = \int_0^L \int_0^B N(x, y) dx dy. \quad (11)$$

Не всі зерна, що ми бачимо на поверхні круга, беруть участь у видаленні матеріалу заготовки. Працюють тільки ті зерна (рис. 4), які в деякий момент часу мають вильот  $\Delta$ , меншу ніж товщину нерівності  $k$  на поверхні контакту, яка виникає в результаті дії попередніх зерен.

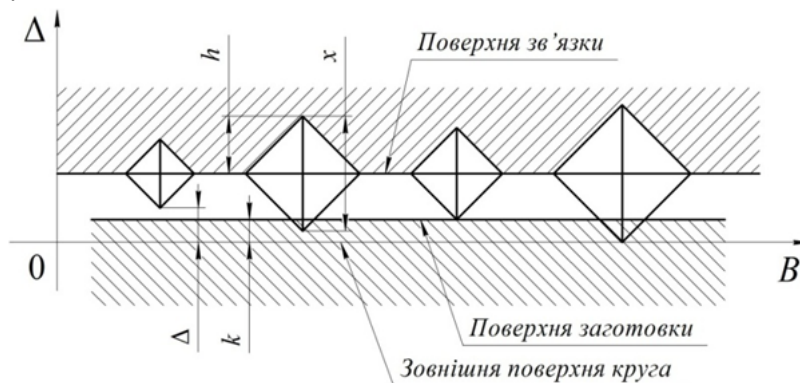


Рис. 4. Взаємодія поверхні круга з поверхнею заготовки

Величини  $\Delta$  та  $k$  відраховуються від будь-якої нульової поверхні, у цьому випадку (рис. 4) відраховується від зовнішньої поверхні круга.

Поверхня заготовки – поверхня геометрично правильної форми, проведена через вершини найбільше виступаючих нерівностей на заготовці.

Таким чином, умовою для участі зерна в роботі є позитивне значення величини занурення абразивного зерна (12) у матеріал заготовки [6]:

$$a_z = k - \Delta, \quad (12)$$

де  $k$  – координата вершини нерівності матеріалу заготовки;

$\Delta$  – виліт абразивного зерна на поверхні круга.

Якщо значення  $a_z$  лежить в межах від 0 до  $k$ , то має місце взаємодія зерна з матеріалом заготовки, тому:

– при  $a_z < 0$  – зерно не бере участь у роботі;

– при  $a_z = 0$  – зерно ковзає по матеріалу заготовки;

– при  $a_z > 0$  – зерно бере участь у роботі, пластично реформуючи або ріжучи матеріал заготовки.

У процесі різання абразивним зерном є справедливою рівність (13):

$$\frac{a_z}{\rho} > 0,1, \quad (13)$$

де  $a_z$  – величина занурення абразивного зерна в матеріал заготовки;

$\rho$  – величина заокруглення вершини абразивного зерна.

Якщо значення рівності (13) менше 0,1 – відбувається тільки пластичне деформування, а якщо більше 0,1 – різання матеріалу заготовки абразивним зерном.

Як було зазначено раніше, абразивне зерно має деяке занурення  $h$  у зв'язку (рис. 2), що виражається коефіцієнтом  $\varepsilon$  згідно з (4) і має мати деяке критичне значення  $[\varepsilon]$ , що виражається виразом (14):

$$\varepsilon > [\varepsilon]. \quad (14)$$

Вираз (14) пояснюється тим, що сили, які діють на абразивне зерно під час різання, будуть намагатися вирвати це зерно зі зв'язки, тому значення коефіцієнта  $\varepsilon$  не може бути менше критичного, оскільки зерно буде вирване зі зв'язки та покине як зону різання, так і сам абразивний круг.

Для визначення сили різання, що виникає в зоні контакту абразивного круга і заготовки, нам необхідно визначити загальну кількість абразивних зерен, що знаходиться в поверхневому шарі (рис. 5) абразивного круга.

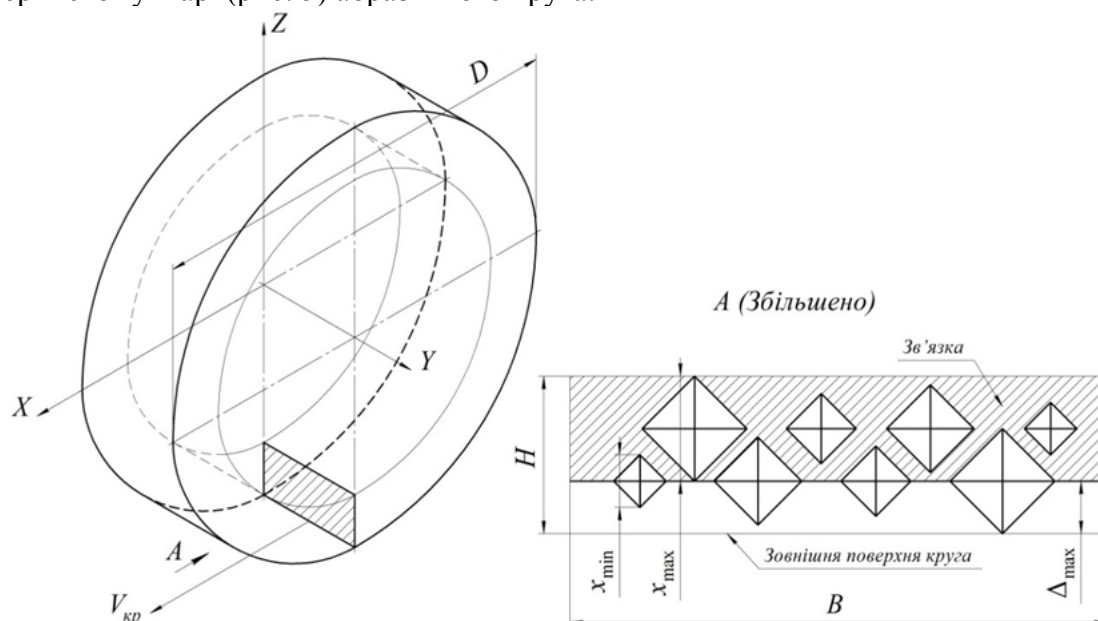


Рис. 5. Схема поверхневого шару абразивного круга

Як бачимо на рис. 5, поверхневий шар товщиною  $H$  є сумою, робочого шару  $\Delta_{\max}$  та шару, що дорівнює максимальному розміру абразивного зерна у складі шліфувального матеріалу.

Внутрішній об'єм шліфувального круга характеризується – зернистістю, твердістю, структурою, а ці параметри залежать від об'ємного складу зерен, зв'язки. Ці параметри залежать від об'ємного складу зерен  $\beta_z$ , зв'язки  $\beta_{зв}$ , пор  $\beta_n$  в крузі (15) [3; 8]:

$$\beta_z + \beta_{зв} + \beta_n = \frac{V_z}{V_k} + \frac{V_{зв}}{V_k} + \frac{V_n}{V_k} = 1, \quad (15)$$

де  $V$  – об'єм.

Відповідно до вищезазначеного об'єм поверхневого шару абразивного круга визначаємо за формулою (16):

$$\begin{aligned} V_{\text{ш}} &= \frac{\pi \cdot D^2 \cdot B}{4} - \frac{\pi \cdot (D - 2 \cdot H)^2 \cdot B}{4} = \pi \cdot B \cdot H \cdot (D - H) = \\ &= \pi \cdot B \cdot (x_{\max} + \Delta_{\max}) \cdot (D - (x_{\max} + \Delta_{\max})). \end{aligned} \quad (16)$$

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

Відносний вміст зерен, зв'язки, пор в абразивному крузі можемо визначити з [8]. Отже, загальний об'єм абразивних зерен у поверхневому шарі круга (17):

$$V_z = V_{nu} \cdot \beta_z. \quad (17)$$

Оскільки ми прийняли спрощену форму абразивного зерна у вигляді октаедра (рис. 1), то його об'єм можна визначити за формулою (18) та з урахуванням ймовірності (2), відповідно, об'єм кожного з зерен (19):

$$V = \frac{x^3}{6}; \quad (18)$$

$$V(x_{\min} < x < x_{\max}) = \frac{P(x)^3}{6}. \quad (19)$$

Тому згідно з (17) та (19) ймовірна кількість абразивних зерен в поверхневому шарі визначається виразом (20):

$$Z = \frac{V_z}{\sum_{i=x_{\min}}^{x_{\max}} V(i)}. \quad (20)$$

Зона контакту абразивного круга і заготовки характеризується площею плями, що для плоского шліфування периферією круга розраховується за формулою (21):

$$S_{zk}^{nl} = L_{nl} \cdot B, \quad (21)$$

де  $L_{nl}$  – довжина дуги контакту абразивного круга і заготовки при плоскому шліфуванні периферією круга;

$B$  – висота абразивного круга.

Довжина дуги контакту визначається виразом (22) в межах кута контакту (23) [6]:

$$L_{nl} = \left( 1 \pm \frac{V_o}{60 \cdot V_{kp}} \right) \cdot \sqrt{D \cdot t}; \quad (22)$$

$$\psi_{nl} \approx 2 \cdot \sqrt{\frac{t}{D}}, \quad (23)$$

де  $V_o$  – швидкість поступального руху заготовки, м/хв;

$V_{kp}$  – швидкість обертального руху абразивного круга;

$t$  – глибина різання;

$D$  – діаметр абразивного круга;

$\psi_{nl}$  – кут контакту абразивного круга і заготовки.

Знак «+» приймається при зустрічному, а «-» при попутному напрямі руху абразивного круга і заготовки.

Отже, у зоні контакту буде деяка певна кількість  $n$  абразивних зерен, тому сили різання, визначатимуться за формулами (24) і (25) як сума сил на активних зернах:

$$P_z^{nl} = \sum_{i=1}^n F_{zi}; \quad (24)$$

$$P_y^{nl} = \sum_{i=1}^n F_{yi}; \quad (25)$$

де  $F_z$  – сила різання на одиничному активному зерні в напрямі осі  $OZ$ ;

$F_y$  – сила різання на одиничному активному зерні в напрямі осі  $OY$ ;

$n$  – число активних зерен у зоні контакту.



**Висновки і пропозиції.** Отримано математичну модель залежності сили різання на плямі контакту від обраної форми абразивного зерна, розмірів зерен, величини вильоту зерен зі зв'язки, відносного положення зерен на поверхні круга та глибини занурення зерен у матеріал заготовки. Напрямою подальших досліджень є врахування температури на кожному активному зерні та загалом на плямі контакту з наступною оптимізацією процесу шліфування.

### Список використаних джерел

1. Байкалов А. К. Введение в теорию шлифования материалов / А. К. Байкалов. – К. : Наукова думка, 1978. – 207 с.
2. Грабченко А. И. 3D моделирование алмазно-абразивных инструментов и процессов шлифования / А. И. Грабченко, В. Л. Доброскок, В. А. Федорович. – Х. : НТУ «ХПИ», 2006. – 364 с.
3. Грабченко А. И. Шлифование со скрещивающимися осями инструмента и детали : монография / А. И. Грабченко, В. И. Кальченко, В. В. Кальченко. – Чернигов : ЧДТУ, 2009. – 256 с.
4. Ерошенко А. М. Повышение эффективности шлифования со скрещивающимися осями инструмента и детали с профилем в виде дуги окружности : дис. ... канд. техн. Наук : спец. 05.03.01 / Ерошенко Андрей Михайлович ; [НТУ «Харьковский политехнический институт»]. – Х., 2009. – 208 с.
5. Єрошенко А. М. Теоретичні та експериментальні дослідження процесу шліфування зі схрещеними осями інструмента і деталі з профілем у вигляді дуги кола / А. М. Єрошенко // Вісник Чернігівського державного технологічного університету : збірник. – 2008. – № 35. – С. 5–24.
6. Маслов Е. И. Теория шлифования материалов / Е. И. Маслов. – М. : Машиностроение, 1974. – 320 с.
7. Мишин В. Н. Расчетная оценка сил при шлифовании / В. Н. Мишин, В. Н. Балашов // Международная научно-техническая конференция ААИ «Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров». – М. : МГТУ «МАМИ», 2012. – С. 115–121.
8. Островский В. И. Теоретические основы процесса шлифования / В. И. Островский. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1981. – 144 с.
9. Шавва М. А. Анализ взаимосвязи износа круга и сил резания при абразивном шлифовании / М. А. Шавва, С. В. Грубый // Наука и технологии. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № 11. – С. 137–156.
10. Abdalslam Darafon Measuring and modeling of grinding wheel topography: a dissertation for the degree of doctor of philosophy / Abdalslam Darafon. – Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, 2013. – 204 с.
11. Malkin S., Guo C. Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives. New York, Industrial Press Publ., 2008.
12. Tonshoff H.K., Friemuth T., Becker J.C. Process monitoring in grinding // CIRP Annals – Manufacturing Technology. 2002. Vol. 51, no. 2. – Pp. 551–571.
13. Xuekun Li Modeling and simulation of grinding processes based on a virtual wheel model and microscopic interaction analysis: a dissertation for the degree of doctor of philosophy in manufacturing engineering / Xuekun Li. – Worcester polytechnic institute, 2010. – 145 с.

### References

1. Baikalov, A.K. (1978). *Vvedenie v teoriiu shlifovaniia materialov [Introduction in Theory of Polishing of Materials]*. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
2. Grabchenko, A.I., Dobroskok, V.L., Fedorovich, V.A. (2006). *3D modelirovanie almazno-abrazivnykh instrumentov s processov shlifovaniia [3D modeling of Tools and Polishing]*. Kharkov: KhPI (in Russian).
3. Grabchenko, A.I., Kalchenko, V.I., Kalchenko, V.V. (2009). *Shlifovanie so skreshchivaiushchimisia osiami instrumenta i detali [Polishing with the Crossed Axes of Instrument and Detail]*. Chernigov: ChDTU (in Russian).
4. Eroshenko, A.M. (2009). *Pidvyschennya efektyvnosti shlifuvannya zi skhreschenymy osyamy instrumenta i detali z profilem u vyglyadi dugy kola [Increase of efficiency of polishing with the crossing axes of instrument and detail with a type as the arc of circumference]*. *Extended abstract of Candidate's thesis*. Kharkiv: National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute» (in Ukrainian).



## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

5. Yeroshenko, A.M. (2008) Teoretychni ta eksperymentalni doslidzhennia procesu shlifuvannia zi skhreshchenymy osiamy instrumenta i detali z profilem u vyglyadi dugy kola [Theoretical and Experimental Researches of Process of Polishing with the Crossed Axes of Instrument and Detail are with a Type as an Arc of Circle]. *Visnyk Chernihivskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu. Seriya "Tekhnichni nauky" – Visnyk of Chernihiv State Technological University. Series "Technical Sciences"*, no. 35, pp. 5–24 (in Ukrainian).
6. Maslov, E.I. (1974). *Teoriia shlifovaniia materialov [The Theory of Process of Polishing]*. Moscow: Mashinostroenie (in Russian).
7. Mishin, V.N. & Balashov, V.N. (2012). Raschetnaia otsenka sil pri shlifovanii [The method of determination of constituents of cutting force]. Proceedings from *Avtomobilstroenie v Rossii – Automotive in Russia*. Moscow: MGTU «MAMi», pp. 115–121 (in Russian).
8. Ostrovskiy, V.I. (1981) *Teoreticheskie osnovy processa shlifovaniia [The Theoretical of Process of Polishing]*. Leningrad: LGU (in Russian).
9. Shavva, M.A. & Grubiy, C.V. (2014). Analiz vzaimosvyazi iznosa kruga i sil rezaniya pri abrazivnom shlifovanii [Analysis of determination of constituents of cutting force]. *Nauka i Tekhnologii – SCIENCES AND TECHNOLOGIES. MGTU im. Bauman, no. 11, pp. 137–156* (in Russian).
10. Abdalislam Darafon (2013). *Measuring and modeling of grinding wheel topography: a dissertation for the degree of doctor of philosophy*. Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia.
11. Malkin, S., Guo, C. (2008). *Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives*. New York, Industrial Press Publ. (in English).
12. Tonshoff, H.K., Friemuth, T., Becker, J.C. (2002). Process monitoring in grinding. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, vol. 51, no. 2, pp. 551–571.
13. Xuekun Li (2010). *Modeling and simulation of grinding processes based on a virtual wheel model and microscopic interaction analysis: a dissertation for the degree of doctor of philosophy in manufacturing engineering*. Worcester polytechnic institute.

**Єрошенко Андрій Михайлович** – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри технологій машинобудування та деревообробки, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14027, Україна).

**Ерошенко Андрей Михайлович** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологий машиностроения и деревообработки, Черниговский национальный технологический университет (ул. Шевченко, 95, г. Чернигов, 14027, Украина).

**Yeroshenko Andriy** – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mechanical Engineering and Wood technology, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenka Str., 14027 Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** yeroshenkoam@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1629-9516>

**Researcher ID:** G-6757-2014

**Палій Андрій Миколайович** – магістрант кафедри технологій машинобудування та деревообробки, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, м. Чернігів, 14027, Україна).

**Палей Андрей Николаевич** – магістрант кафедры технологий машиностроения и деревообработки, Черниговский национальный технологический университет (ул. Шевченко, 95, г. Чернигов, 14027, Украина).

**Paliy Andriy** – master of Mechanical Engineering and Wood Technology Department, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenka Str., 14027 Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** robot.250.ua@mail.ru