

педагогічна думка. – 2013. – № 1.1. – С. 201. – Режим доступу : [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Npd\\_2013\\_1\\_52.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Npd_2013_1_52.pdf).

3. *Сторінка* інженерно-будівельного факультету ЧНТУ [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ibf.cn.ua/>.

4. *Терещук О. І.* Моніторинг контингенту студентів спеціальності «Землепорядкування та кадастр» інженерно-будівельного факультету Чернігівського державного інституту економіки і управління / О. І. Терещук, З. Р. Тартачинська, С. В. Коваленко // Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землепорядкування – Європейський досвід : збірник наукових праць. – Чернігів, 2008. – № 4. – С. 216–220.

УДК 332.3:332.7:310.147.3

**О.І. Терещук**, канд. техн. наук

**О.Ю. Наровлянська**, аспірантка

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

### ПОБУДОВА КУСКОВО-ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ҐРУНТОВИХ ПРОБ

**А.И. Терещук**, канд. техн. наук

**А.Ю. Наровлянская**, аспирантка

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

### ПОСТРОЕНИЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ПОЧВЕННЫХ ПРОБ

**Oleksii Tereshchuk**, PhD in Technical Sciences

**Oleksandra Narovlianska**, PhD student

Chernihiv National University of Technology, Chernihiv, Ukraine

### CONSTRUCTION OF PIECEWISE LINEAR MODEL FOR SOIL SAMPLES

*Розглянуто один із методів оцінювання якості ґрунтових проб – метод кусково-лінійної моделі. Проаналізовано алгоритм використання цього методу та приклад щодо його практичного використання. Застосовано метод моделювання з метою отримання неперервного розподілу значень досліджуваного показника по всій площині досліджуваної території.*

**Ключові слова:** кусково-лінійна модель, метод найменших квадратів, двофакторна модель, ґрунтові проби, локальне моделювання.

*Рассмотрен один из методов оценки качества почвенных проб – метод кусочно-линейной модели. Проанализирован алгоритм использования данного метода и пример его практического применения. Использован метод моделирования с целью получения непрерывного распределения значений исследуемого показателя по всей плоскости исследуемой территории.*

**Ключевые слова:** кусочно-линейная модель, метод наименьших квадратов, двухфакторная модель, почвенные пробы, локальное моделирование.

*This article discusses one of the method of assessing the quality of soil samples - the method of piecewise linear model. Analyze the algorithm using this method, and an example for its practical use. The method of modeling to obtain a continuous distribution of values of the studied parameters across the plane of the study area.*

**Key words:** piecewise linear model, least squares, two-factor model, soil sample local modeling.

**Постановка проблеми.** Твердження про те, що екологічна проблематика набуває все більшої актуальності вже давно не потребує спеціальної аргументації. Якість управлінських, економічних і соціальних рішень все більшою і більшою мірою залежить від повноти обліку екологічних аспектів проблем, що вирішуються. Стратегія прийняття екологічно вивірених рішень повинна спиратися на інформацію про трансформації і взаємовпливи фізичних, хімічних і біологічних процесів у навколишньому середовищі, що надається різноманітними теоретичними дослідженнями, моніторинговими спостереженнями і чисельними експериментами. Така ситуація пояснює необхідність і зростаючий інтерес до постановки все більш складних завдань, пов'язаних з аналізом просторових даних за станом навколишнього середовища і його впливу на здоров'я та добробут людини. Характерними особливостями завдань, що виникають, є: багатогранність і складність досліджуваних явищ, що призводять до необхідності оброблення великих обсягів даних; просторова й тимчасова розподіленість спостережень;

необхідність використання алгоритмів відповідної складності, яка обумовить неминучу появу ресурсномістких обчислювальних технологій. Обчислювальна техніка на сьогодні дозволяє практично вирішувати складні завдання оброблення інформації.

Отже, критичний стан навколишнього середовища, з одного боку, і високопродуктивні комп'ютери, з іншого боку, є достатньою передумовою розроблення методу кусково-лінійної моделі для дослідження результатів проб.

Зростаючий інтерес до комплексного і системного аналізу екологічної проблематики призводить до підвищення значущості досліджень, спрямованих на виявлення та кількісне оцінювання взаємозалежності процесів, що відбуваються у ґрунті.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Багатьма науковцями запропоновано кілька методичних підходів до оцінювання стану ґрунтів через коефіцієнти, але всі вони залежать від повноти аналітичного матеріалу, який характеризує ступінь геохімічної вивченості тієї чи іншої території. Чим більше аналізів ґрунтів, тим точніше можна оцінити стан ґрунту.

Так, В.А. Гроза у статті «Багатофакторний аналіз токсичності ґрунту на територіях поблизу аеропорту» виявив, що двофакторні моделі з урахуванням фактора вмісту нафтопродуктів та відстані від злітної смуги цілком прийнятні для досліджень впливу авіатransпортних процесів на стан ґрунтів [1].

О.В. Пендерезький у роботі «Територіальна організація промислового туризму Карпатського суспільно-географічного району та основні напрямки її вдосконалення» проаналізував можливості різних нейромереж як апроксиматорів залежностей типу. За основу аналізу взяв точність відтворення нейромережею функціональних залежностей. Провів аналіз нейромереж із врахуванням неприйняття нейромережі, тобто мережа навчалась на заданих вузлах апроксимації; потім обчислювались значення функції у вузлах, які не збігаються з навчальними вузлами. У результаті такого аналізу виявив, що найкращою є узгальнена регресійна нейромережа, яка належить до класу радіальних нейромереж [2].

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Вирішення екологічних проблем на сьогодні є пріоритетним для забезпечення сталого розвитку сільськогосподарських угідь. Сучасні масштаби ландшафтних та екологічних змін природного середовища в с.-г. районах пов'язані з розораністю, виснаженням родючих ґрунтів, неконтрольованим сільськогосподарським тиском на ґрунтовий покрив.

Перспективний розвиток земель сільськогосподарського призначення передбачає збереження родючості ґрунтів, максимально можливе запобігання втрат і виснаження сільськогосподарських земель. Тому необхідно вдосконалювати природоохоронні принципи управління земельними ресурсами, методичні основи інформаційної підтримки прийняття рішень з екологічної безпеки.

Актуальність такого завдання визначається необхідністю об'єктивного оцінювання та оперативної інвентаризації забруднених ґрунтів земель сільськогосподарського призначення в єдиній системі моніторингу для управління геоекологічною ситуацією на різному рівні.

**Мета статті.** Головною метою цієї роботи є розгляд одного з методів оцінювання якості ґрунтових проб – метод кусково-лінійної моделі. Аналіз алгоритму використання цього методу та прикладу щодо його практичного використання. Застосування методу моделювання з метою отримання неперервного розподілу значень досліджуваного показника по усій площині досліджуваної території.

**Виклад основного матеріалу.** Основною перевагою методу кусково-лінійної моделі є мінімізація кількості ґрунтових проб, змога змоделювати динаміку змін одного або декількох показників залежно від заданого параметра – часу, місця розташування.

Розглянемо поетапну реалізацію виконання поставленого завдання.

На першому етапі розмічуємо територію на ділянки довільної площі та беремо проби.

За результатами отриманих проб будуємо лінійну двофакторну модель за методом найменших квадратів (МНК), з перевіркою на адекватність та загальну лінійну модель для всієї території, після чого обчислюємо теоретичні значення результативного показника. Обчислюємо квадрат відхилення результативного показника від емпіричного для кожної ділянки за формулою  $u_i^2 = (y_{ij} - y_{x_{ij}})^2$ , де  $y_{ij}, y_{x_{ij}}$  – теоретичні та емпіричні значення результативного показника відповідно [3; 4].

На другому етапі здійснюємо укрупнений поділ території на частини (для кожної частини розраховуємо суму квадратів відхилень результативного показника від емпіричного). Вибираємо частину території з найбільшою сумою та будуємо для обраної частини окрему (локальну) лінійну модель або більш складну модель за методом МНК (наприклад: квадратичну двофакторну модель). Після проведення цих дій, порівнюємо якість початкової та кінцевої моделей та робимо висновки.

Розглянемо використання методу кусково-лінійної моделі на практиці.

Нехай досліджувана прямокутна територія розмічена на ділянки однакової площі; всього маємо  $m$  рядків по  $n$  ділянок у кожному. Зауважимо, що територія може мати довільну форму (рис.), алгоритм методу при цьому не зміниться; відмінність полягати-ме лише в тому, що рядки матимуть різні довжини.

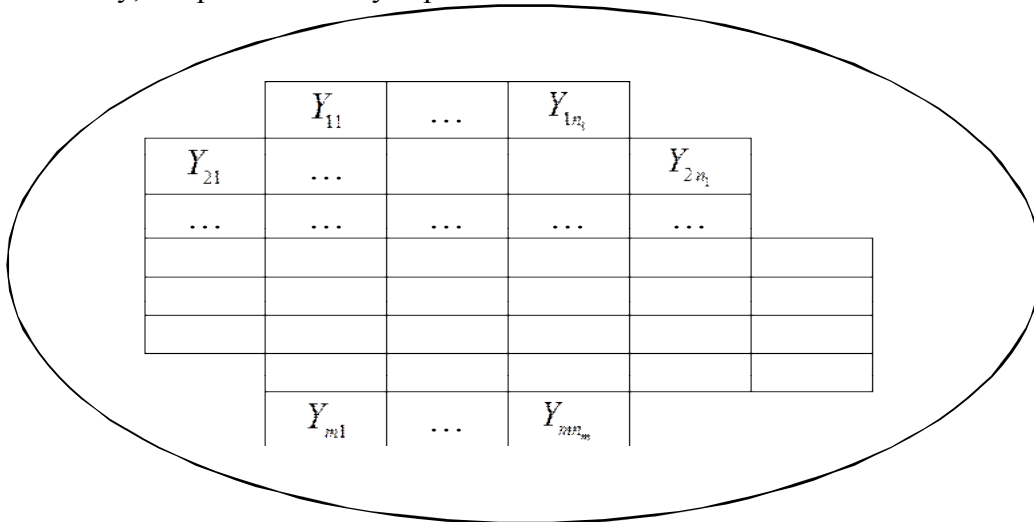


Рис. Поділ території на ділянки

Нехай  $x_{1i}$  та  $x_{2j}$  – порядкові номери рядка та стовпчика ділянки,  $y_{ij}$  – емпіричне значення досліджуваного показника (результат взяття проби) на відповідній ділянці ( $i = \overline{1; n}$  та  $j = \overline{1; m}$ ). У нашому прикладі територія розмічена на  $n = 25$  стовпчиків та  $m = 25$  рядків, що становить 625 ділянок.

За методом найменших квадратів будуємо лінійну двофакторну модель:

$$y_x = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2.$$

Параметри моделі знаходимо із системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_{1i} + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_{1i} + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot x_{1i} + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot x_{2i} = \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot y_i, \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} \cdot x_{1i} + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_{2i} \cdot x_{2i} = \sum_{i=1}^n x_{2i} \cdot y_i. \end{cases}$$

Обчислюємо коефіцієнти системи нормальних рівнянь:

$$n = 625; \quad \sum_{i=1}^n x_{1i} = 8125; \quad \sum_{i=1}^n x_{2i} = 8125; \quad \sum_{i=1}^n y_i = 28429,6137;$$

$$\sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot x_{1i} = 138125; \quad \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot x_{2i} = 105625; \quad \sum_{i=1}^n x_{1i} \cdot y_i = 433458,7737;$$

$$\sum_{i=1}^n x_{2i} \cdot x_{2i} = 138125; \quad \sum_{i=1}^n x_{2i} \cdot y_i = 433471,3999.$$

Після підстановки числових значень коефіцієнтів отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 625 a_0 + 8125 a_1 + 8125 a_2 = 28429,6137, \\ 8125 a_0 + 138125 a_1 + 105625 a_2 = 433458,7737, \\ 8125 a_0 + 105625 a_1 + 138125 a_2 = 433471,3999. \end{cases}$$

Розв'язуючи цю систему лінійних рівнянь, отримаємо параметри лінійної моделі:

$$a_0 = -5,6167046;$$

$$a_1 = 1,9653475;$$

$$a_2 = 1,9657360.$$

Лінійна двофакторна модель:

$$y_x = -5,6167046 + 1,9653475 \cdot x_1 + 1,9657360 \cdot x_2.$$

Перевіримо побудовану модель на адекватність за допомогою F-критерію Фішера. Фактичне значення критерію:

$$F_{\text{експ}} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m} = \frac{0,99658}{1-0,99658} \cdot \frac{625-3-1}{3} = 60614,4.$$

Тут  $R^2 = 0,99658$  – коефіцієнт детермінації.

Таке значення критерію  $m = 3$  та  $n - m - 1 = 621$  ступенях свободи відповідає довірчій імовірності  $\gamma = 0,9999999$ . Модель є адекватною саме з такою імовірністю.

Розрахуємо теоретичні значення результативного показника  $y_{xij}$  та квадрати відхилень  $u_{ij}^2 = (y_{ij} - y_{xij})^2$ .

Розмічуємо всю територію на 25 частин, кожна з якої має 25 ділянок. Обчислюємо суму квадратів відхилень для кожної частини (табл. 1). Як видно з цієї таблиці, ліва верхня частина має найбільшу суму квадратів відхилень, рівну 105,6. Отже, для цієї частини будуюмо лінійну двофакторну модель за емпіричними даними.

Таблиця 1

Сума квадратів відхилень для кожної частини

н п/п		X2 – номер стовпчика				
		1	2	3	4	5
Х1 – номер рядка	1	2,0706	3,6758	5,2167	6,4177	8,2271
	2	3,4371	5,0895	6,3066	7,8437	9,6913
	3	4,9433	6,3029	7,7995	9,3907	11,0542
	4	6,5463	7,7194	9,4717	11,0089	12,3121
	5	8,2238	9,6525	10,7020	12,6707	14,0114

Маємо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} 25a_0 + 75a_1 + 75a_2 = 199,7855, \\ 75a_0 + 275a_1 + 225a_2 = 674,3984, \\ 75a_0 + 225a_1 + 275a_2 = 673,3516. \end{cases}$$

Розв'язуємо цю систему та отримуємо лінійну двофакторну модель для обраної частини території:

$$y_x = -0,9508106 + 1,5008397 \cdot x_1 + 1,4799035 \cdot x_2.$$

За допомогою цієї моделі розраховуємо суму квадратів залишків для обраної частини (табл. 2).

Таблиця 2

Квадрати залишків за новою моделлю

н п/п		X2 – номер стовпчика				
		1	2	3	4	5
X1 – номер рядка	1	0,001650588	0,021032	0,034241	0,013159	0,037578
	2	0,005289882	0,006209	0,04199	0,02844	0,031739
	3	0,002161082	0,035232	0,036821	0,01031	0,00373
	4	0,005879077	0,063053	1,4E-07	0,001346	0,025879
	5	0,075210757	0,040857	0,062105	0,047799	0,00342

Сума квадратів залишків становить 0,631533. Сума квадратів залишків зменшилась у  $105,6/0,631533 = 167,2$  рази. При цьому достовірність моделі на цій ділянці зросла у  $\sqrt{167,2} = 12,9$  рази.

Застосування цього методу для побудови кусково-лінійної моделі на всій досліджуваній території дасть змогу використати локальне моделювання для кожної з 25 частин території та розробити методи оцінювання збільшення рівня значущості для такої кусково-лінійної моделі у порівнянні з загальною лінійною моделлю [5].

**Висновки та пропозиції.** Запропоновано розроблення моделі процесу дослідження результативного показника завдяки побудові кусково-лінійної моделі. Використання цього методу дає змогу побудувати локальну модель для всіх частин та об'єднати їх у загальну кусково-лінійну модель.

У результаті рівень достовірності моделі значно зріс як для кожної окремої частини, так і для всієї досліджуваної території.

#### Список використаних джерел

1. Франчук Г. М. Багатофакторний аналіз токсичності ґрунту на територіях поблизу аеропорту / Г. М. Франчук, В. А. Гроза, С. М. Маджд // Вісник Національного авіаційного університету. – 2012. – Т. 50, № 1. – С. 196–201.
2. Пендерецький О. В. Екологія Галицького району : монографія / О. В. Пендерецький. – Івано-Франківськ : Нова зоря, 2004. – 198 с.
3. Zienkiewicz O. C., Taylor, R. L. The Finite Element Method. Vol. 1: The Basis. Butterworth-Heinemann. – Oxford, 2002. – 707 p.
4. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М. : Мир, 1982. – 416 с.
5. Спири́н Н. А. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента / Н. А. Спири́н, В. В. Лавров. – Екатеринбург, 2004. – 257 с.
6. Наконечний С. І. Економетрія : навчальний посібник / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко, Т. П. Романюк. – К. : КНЕУ, 2007. – 352 с.