DOI: https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4(42)-277-285
УДК 681.518.3:528

Микола Олегович Бялий[1], Ігор Володимирович Пампуха[2]

[1]ад'юнкт штатний науково-організаційного відділу
Військовий інститут Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, Україна)
E–mail: nikolai.bialiy@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0009-0006-9487-1502

[2]кандидат технічних наук, доцент, Начальник науково-дослідного центру
Військовий інститут Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, Україна)
E–mail: ihor.pampukha@knu.ua. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-4807-3984

АНАЛІЗ ПІДХОДІВ ЩОДО ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ГЕОІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ВІЙСЬКОВОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Геоінформаційна система військового призначення (ГІС ВП) – типова динамічна складна організаційна система. Наявний інструментарій ГІС сприяє ефективній підготовці, обробки й візуалізації просторових даних, дозволяє інтегрувати різні джерела даних та аналізувати просторові взаємозв'язки між різними чинниками. При цьому ГІС ВП повинна бути гнучкою, щоб мати можливість адаптуватися до умов, що постійно зазнають змін, удосконалення існуючих систем для задоволення конкретних військових потреб. Це може допомогти визначити оптимальні стратегії управління шляхом моделювання взаємодії між військами і особами, що приймають рішення (ОПР).

Задача оптимізації ГІС належить до числа задач, пов'язаних з оптимізацією складних автоматичних систем і які ґрунтуються на класичних і сучасних математичних методах: варіаційне обчислення, теорія статистичних рішень, теорія ігор, теорія дослідження операцій, теорія інформації, теорія імовірності, метод Понтрягіна, метод динамічного програмування Беллмана тощо. Це складна, нетривіальна задача, яка потребує врахування великої кількості характеристик території бойових дій, передбачає її інтеграцію з теорією ігор, моделями багатокритеріального прийняття рішень, розробкою і удосконаленням спеціальних алгоритмів.

Представлені результати розробки підходів щодо пошуку оптимізації ГІС ВП. Запропоновані підходи щодо оптимізації.

***Ключові слова:** геоінформаційна система (ГІС); геопросторові дані; геоінформаційні системи військового призначення (ГІС ВП).*

Рис.: 1. Бібл.: 6.

Актуальність теми та постановка проблеми викликана необхідністю удосконалення наявного програмного забезпечення ГІС ВП та її структури, які дадуть можливість ефективно використовувати наявне озброєння ЗСУ та отримувати перевагу на полі бою.

Множина наявних і майбутніх перспективних функції ГІС ВП визначає не тільки напрями підвищення ефективності ЗСУ, але також підкреслює необхідність їхнього безперервного вдосконалення.

Ефективність ГІС ВП залежить від системного і комплексного удосконалення її структури та архітектури на базі можливостей сучасних цифрових технологій, серед яких найбільш перспективними виступають технології штучного інтелекту, інтелектуального аналізу даних.

Мета дослідження – пошук підходів щодо оптимізації ГІС ВП для забезпечення командного складу Збройних Сил України (ЗСУ) різних рівнів актуальними даними, для підготовки й прийняття ефективних управлінських рішень. Використанні ГІС ВП забезпечує комплекс якісно нових методів, передусім в аспекті просторового планування бойових дій, розвиненого інструментарію аналізу й моделювання просторових даних і зручними засобами подання одержаних результатів.

Основними завданнями дослідження є:

– огляд літературних джерел та наукових публікацій, стосовно створення оптимальної структури ГІС ВП;

– аналіз підходів щодо пошуку оптимальної структури ГІС ВП.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій. Розвитку математичних методів дослідження складних систем присвячені праці вчених Глушкова В. М., Згуровського М. З., Івахненка О. Г., Самарського О. А. Значний внесок у розвиток технологій імітаційного моделювання внесли учені Бусленко Н. П., Зайцев В. Г., Кельтон В., Литвинов В. В., Лоу А., Прицкер А., Тимченко А. А., Томашевський В. М., Шеннон Р., Шрайбер Т. Дж. та ін.

Визнаючи наукову і практичну цінність розробок названих авторів, треба відзначити, що проблеми оптимізації структури геоінформаційних систем військового призначення (ГІС ВП) ще далекі від свого вирішення.

Виклад основного матеріалу. Пошук оптимальної структури ГІС ВП передбачає використання методів багатокритеріального аналізу рішень, таких як метод аналізу ієрархій (МАІ), вибір систем керування баз даних (СКБД), аналіз алгоритмів побудови тривимірних моделей місцевості тощо та пошук підходів щодо забезпечення ефективного введення, збереження та подання даних.

Геоінформаційна система військового призначення (ГІС ВП) є складною системою, що визначається складністю своїх підсистем і на яку крім впливу відомих і чітко визначених факторів, здійснюється ще вплив стохастичних факторів. Відповідно до цього поведінка підсистем часто виявляється непередбачуваною. Другою особливістю ГІС ВП є її ієрархічність, тобто компоненти цієї системи також є складними системами, які мають свою поведінку, стан і структуру, свої зворотні зв’язки, спостережувані входи і виходи. Третьою особливістю ГІС ВП є її цілісність, тобто всі її частини системи працюють на найкращий (оптимальний) результат та емерджентність.

Пошук оптимального варіанту ГІС ВП це складна, нетривіальна задача, яка потребує врахування великої кількості характеристик території бойових дій (театру бойових дій), пов’язаних складними залежностями. Задача оптимізації ГІС належить до числа задач, пов'язаних з оптимізацією складних автоматичних систем і які ґрунтуються на класичних і сучасних математичних методах: варіаційне обчислення, теорія статистичних рішень, теорія ігор, теорія дослідження операцій, теорія інформації, теорія імовірності, метод Понтрягіна, метод динамічного програмування Беллмана тощо.

ГІС ВП можна оптимізувати шляхом її декомпозиції більші дрібні (прості) компоненти або модулі, що дасть можливість впроваджувати різні мови програмування для розв’язку конкретних задач та відключати ті модулі, що для заданої задачі не використовуються, підвищуючи тим самим її ефективність.

Незалежно від обраного підходу до оптимізації ГІС ВП особливу увагу потрібно акцентувати на підсистеми введення даних з різних джерел включаючи карти та матеріали дистанційного зондування Землі (ДЗЗ); збереження і швидкого видобутку даних для наступного аналізу, інструментарію для оцінки параметрів, розв’язку складних аналітично-обчислювальних задач; можливості подання даних у різних форматах, таких як карти, цифрові моделі рельєфу, зображення для ОПР.

Алгоритм оцінки ефективності й оптимізації ГІС запропонований [1] і був доопрацьований автором представлений на рис. 1.

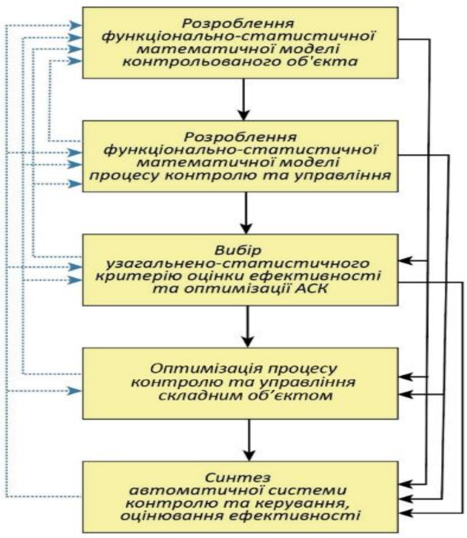

Рис. 1. Алгоритм оцінки ефективності і оптимізації ГІС

Математична функціонально-статистична модель. Найбільш повно стан об'єкта дослідження характеризує його математична функціонально-статистична модель (МФСМ), під якою розуміють систему рівнянь, що описує залежність параметрів об'єкта дослідження від зовнішніх і внутрішніх впливів в процесі функціонування ГІС ВП. На основі аналізу цієї моделі з'являється можливість формулювання основних задач, які повинні розв'язуватись ГІС ВП та синтезувати оптимальну структуру ГІС.

При побудові МФСМ необхідно враховувати те, що вона включає в себе різноманітні класи і види систем. Ці системи можуть бути автономними і неавтономними, замкнутими і розімкнутими, стаціонарними і нестаціонарними, безперервними і дискретними. Тому доцільно використовувати загальний математичний апарат, який при відповідних змінах може бути поширений на різноманітні часткові випадки.

Крім того, при побудові МФСМ об'єкта ураховуються основні параметри критеріїв, за якими виконується оптимізація характеристик процесу контролю [1; 2]. До таких параметрів належать:

– час протікання процесу загалом і його складових;

– імовірність безвідмовної роботи і імовірності виконання задачі різними системами, що входять в об'єкт дослідження і ГІС ВП;

– точність роботи різних систем, їх вага, об'єм, вартість, споживана енергія та інші важливі показники.

Збурений стан об'єкта дослідження при моніторингу і управлінні можна описати наступною системою рівнянь, яка в загальному випадку є математичною функціональною моделлю [1,2].

$$\sum_{\rho}^{m} M_{l\rho}(t,\tau,d/dt,Q)x_{\rho} = F_l(t,\tau,X,Z); \qquad l = 1,2,\ldots,m, \tag{1}$$

де $X\{x_1,..., x_m\}$ – вектор випадкових функцій часу, який характеризує вихідні параметри об'єкта дослідження;

$Z\{\zeta_1,..., \zeta_k\}$ – вектор випадкових функцій часу, який характеризує зовнішні і внутрішні збурення і керуючі впливи;

F_l – нелінійна функція;

$M_{l\rho}(t,\tau,d/dt,Q)$ – багаточлен відносно операторів диференціювання d/dt зі змінним у часі вектором коефіцієнтів $Q\{q_1,..., q_n\}$;

t – поточне значення часу;

τ – момент часу, до якого ведеться дослідження об'єкта.

В процесі моніторингу стану театру бойових дій, яка є динамічною системою і перебуває під впливом керуючих впливів і збурень, визначається вихідними параметрами, певним чином пов'язаними з впливами на систему через відповідний системі рівнянь (1) вектор-оператор динамічної системи, заданий або сукупністю математичних операцій $A_{lp}(t,\tau,X,Z,Q)$, або сукупністю лінійних або нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx_i}{dt} = F_{0i}(t,\tau,X,Z) \qquad i = 1,2,..., m'; \tag{2}$$

$$\xi_j = \sum_{i=1}^{k'} \xi_{ij}^0(t,\tau,X)\overline{\xi_i};$$

де ξ_{ij}^0 – невипадкові координатні функції;

$\overline{\xi_i}$ – випадкові коефіцієнти;

F_{0i} – невипадкові нелінійна функція.

Кожній групі номінальних умов при $t = \tau_0$, $\xi_{01},..., \xi_{0k}$ з номінальної області G_0 і початкових умов $x_{01},...,x_{0m'}$ відповідає своє рішення системи рівнянь (2):

$$x_{i0} = \varphi_{i0}(\tau_0, \tau, x_{01},..., x_{0m'}, \overline{\zeta_{01}},..., \overline{\zeta_{0k'}}) . \quad (3)$$

Кожній групі реальних умов в моменти часу $t = \tau_1, x'_{01},..., x'_{0m'}, \zeta_1,..., \zeta_{k'}$ $t = \tau_1$, реальній області G_1 відповідає реальне рішення системи рівнянь (2):

$$x_i = \varphi_i(x'_{01},..., x'_{0m'}, \overline{\zeta}_1,..., \overline{\zeta_{k'}}, \tau_1, \tau) . \quad (4)$$

Система рівнянь (4) як за числом нелінійних операторів, так і за числом вихідних параметрів може розпадатися на m окремих рівнянь [1].

Для простоти будемо вважати, що кількість вихідних параметрів дорівнює кількості операторів, хоча, взагалі їх може бути більше. Для i-го параметра система рівнянь (1) вироджується в рівняння:

$$M_{l\rho}(t, \tau, d/dt, q,..., q_n) x_\rho = F_l(t, \tau, x_i, \zeta_1,..., \zeta_k). \quad (5)$$

Розгляд рівняння збуреного стану об'єкта дозволяє виконати функціональний аналіз стану об'єкта, синтез системи контролю і оцінку її ефективності. Однак більш повною характеристикою статичного і динамічного стану об'єкта є імовірнісний опис за допомогою законів розподілу імовірностей параметрів елементів вхідних впливів, вихідних параметрів і векторів-операторів. Оскільки імовірності раптових відмов визначаються за відомими формулами теорії надійності, то основна увага звертається на визначення імовірності появи поступових відмов. Запропонована модель відображує детерміновані і статистичні властивості, що визначають зміну характеристик і параметрів об’єкта.

Для визначення імовірності поступових відмов можуть бути застосовані три математичні моделі [1]:

– математична модель, заснована на методі інтегрування диференціальних рівнянь;
– математична модель, заснована на методі Монте-Карло;
– математична модель, заснована на методі квазілінійних збурень.

Під методом інтегрування диференціальних рівнянь розуміється метод прямого обчислення багатомірних щільностей ймовірностей вихідних параметрів об'єкта дослідження за допомогою інтегрування змінних, які є математично вираженими щільностями імовірності.

Метод Монте-Карло полягає в багаторазовому виборі випадкової величини параметрів системи з наступним визначенням закону розподілу вихідних параметрів об'єкта дослідження.

Метод квазілінійних збурень полягає в поданні вихідних параметрів у вигляді ряду Тейлора з наступним визначенням закону розподілу ймовірностей вихідних параметрів.

Для визначення диференціального закону системи випадкових вихідних параметрів $x_1(t),..., x_{m'}(t)$ можна скористатися методикою, описаною в працях [1; 2].

Якщо припустити, що для отриманих рішень (1), відомий диференціальний закон розподілу ймовірностей $f_0(x_1(t),..., x_{m'}(t), \overline{\zeta_{01}},..., \overline{\zeta_{0k'}}, \tau_0, \tau)$ системи випадкових величин $x_{01},..., x_{0m'} \zeta_{01},..., \zeta_{0k'}$, функція F_{0i} має кусково-безперервні часткові похідні за координатами x_i, рішення системи рівнянь (1) φ_i мають другі часткові похідні за x_i і t і, крім того, рішення мають перші похідні за ζ_i, то диференціальний закон розподілу системи випадкових величин $x_1,..., x_{m'}$, визначається рівністю [1; 2; 3; 4]:

$$f(x_1,..., x_m, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} ...(k')... \int_{-\infty}^{\infty} f_0 \exp\left\{ -\int_{\tau_0}^{t} \sum_{j=1}^{m'} \frac{\partial F_{0j}}{\partial \eta_j} d\tau \right\} d\overline{\zeta}_1,..., d\overline{\zeta}_{k'}. \quad (6)$$

Якщо врахувати границі змін величин $\overline{\zeta}_1,\ldots,\overline{\zeta}_{k'}$, то рівняння (6) можна переписати в такому вигляді:

$$f(x_1,\ldots,x_{m'},t,\tau)=\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}}\ldots(k')\ldots\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}} f_0\exp\left\{-\int\limits_{\tau_0}^{t}\sum_{j=1}^{m'}\frac{\partial F_{0j}}{\partial\eta_j}d\tau'\right\}d\overline{\zeta}_1,\ldots,d\overline{\zeta}_{k'},$$

де $\eta_j=\varphi_j\left[\tau_0,\tau,\varphi_\gamma(\tau,\tau_0,x_\sigma,\zeta_\nu),\zeta_\nu\right]$ при індексах *j, γ, σ,* що пробігають значення $1,2,\ldots,m$, а *ν* пробігає значення $1,2,\ldots,k'$.

Для визначення закону розподілу перехідної функції об’єкта дослідження необхідно на його вхід продати стрибкоподібні впливи і визначити закон [1]:

$$f(h_1,\ldots,h_{m'},t,\tau)=\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}}\ldots(k')\ldots\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}} f_0\exp\left\{-\int\limits_{\tau_0}^{t}\sum_{j=1}^{m'}\frac{\partial F_{0j}}{\partial\eta_j}d\tau'\right\}d\overline{\zeta}_1,\ldots,d\overline{\zeta}_{k'}.$$

Для визначення диференціального m'-мірного закону розподілу імпульсних функцій можна скористатися якобіаном перетворення $I(f_h\rightarrow f_w)$ з урахуванням того, що $w(t,\tau,X,Z,Q)=h'(t,\tau,X,Z,Q)$.

Диференціальний закон розподілу передаточної функції амплітудних і фазочастотних характеристик визначаються при гармонійних впливах на об'єкт.

Тоді отримуємо закон розподілу передаточної функції об'єкта:

$$f(W_1,\ldots,W_{m'},t,\tau)=\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}}\ldots(k')\ldots\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}} f_0\exp\left\{-\int\limits_{\tau_0}^{t}\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial F_{0j}}{\partial\eta_j}d\tau'\right\}d\overline{\zeta}_1,\ldots,d\overline{\zeta}_{k'}.$$

закон розподілу амплітудно-частотної характеристики об'єкта:

$$f(A_1,\ldots,A_{m'},t,\tau)=\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}}\ldots(k')\ldots\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}} f_0\exp\left\{-\int\limits_{\tau_0}^{t}\sum_{j=1}^{m'}\frac{\partial F_{0j}}{\partial\eta_j}d\tau'\right\}d\overline{\zeta}_1,\ldots,d\overline{\zeta}_{k'}.$$

закон розподілу фазочастотної характеристики об'єкта:

$$f(\varphi_1,\ldots,\varphi_{m'},t,\tau)=\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}}\ldots(k')\ldots\int\limits_{-\overline{\zeta_{1\min}}}^{\overline{\zeta_{1\max}}} f_0\exp\left\{-\int\limits_{\tau_0}^{t}\sum_{j=1}^{m'}\frac{\partial F_{0j}}{\partial\eta_j}d\tau'\right\}d\overline{\zeta}_1,\ldots,d\overline{\zeta}_{k'}.$$

Таким чином, теоретично виявляється можливим достатньо точно визначити m'-мірні диференціальні закони розподілу вихідних параметрів і векторів-операторів. Однак виконати інтегрування у явному виді можна тільки тоді, коли щільність імовірності є простою аналітичною функцією випадкових параметрів. Зі зростанням кількості параметрів і складності аналітичних функцій застосування методу викликає істотні математичні труднощі [1].

Використання методу статистичної лінеаризації. Для складних об'єктів з нелінійностями при імовірнісному аналізі, для практичних задач іноді достатньо оцінювати тільки перші два моменти вихідних параметрів: математичне очікування і кореляційну функцію або дисперсію. Ці моменти дозволяють повністю визначити закон розподілу ймовірностей, який приблизно можна вважати нормальним.

Система диференціальних рівнянь збуреного стану об'єкта в узагальненій формі представляється у вигляді:

$$\begin{cases}\sum\limits_{\rho=1}^{m}M_{l\rho}(t,\tau,\dfrac{d}{dt},Q)x_\rho=F_l(X,Z,t,\tau)+\varphi_l(Z_l);\\ \qquad Z_l=\sum\limits_{i=1}^{S_l}a_i^l x_i+\sum\limits_{j=1}^{N_l}c_j^l\zeta_j;\quad l=1,\ldots,m\end{cases}\tag{7}$$

де a_i^l, c_j^l – постійні коефіцієнти;

$X\{x_1,...x_m\}$ – вектор випадкових функцій параметра *t*, який визначає рух об'єкта;

$Z\{\zeta_1,..., \zeta_k\}$ – вектор збурень, який є випадковою функцією параметра *t*;

F_l – нелінійні функції, які припускають лінеаризацію відносно певного режиму руху об'єкта в межах робочих діапазонів величин або функцій;

φ_l – нелінійні функції, які н припускають звичайної лінеаризації;

$M_{l\rho}$ – поліноми відносно оператора диференціювання зі змінними у часі коефіцієнтами;

S_l – кількість параметрів, які визначають поведінку об'єкта;

N_l – кількість діючих збурень.

Після відповідних перетворень утворюється лінійна система рівнянь для визначення математичного очікування випадкових функцій:

$$\begin{cases} \sum_{\rho=1}^{m} M_{l\rho}(t,\tau,\frac{d}{dt},Q)m_{x\rho} = F_l(t,\tau,m_x,m_l) + K_0^l m_l; \\ m_l = \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l m_{xi} + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l m_{\zeta j} \end{cases} \tag{8}$$

й система рівнянь для визначення випадкових складових функцій:

$$\begin{cases} \sum_{\rho=1}^{m} M_{l\rho}(t,\tau,\frac{d}{dt},Q)x_\rho^0 = \sum_{\mu=1}^{m}\left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{x\mu}}\right]_0 x_\mu^0 + \sum_{j=1}\left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{\zeta j}}\right]_0 \zeta_\mu^0 + K_1^l z_l^0; \\ z_l^0 = \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l x_i^0 + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l \zeta_j^0, \end{cases} \tag{9}$$

де K_0^l і K_1^l – статистичні коефіцієнти посилення [2].

Проінтегрувавши системи рівнянь (8) і (9), наприклад методом послідовних наближень, визначимо математичне очікування, кореляційні функції і дисперсії вихідних параметрів.

Цей метод наближеного розв'язку застосовується тоді, коли метод гармонійної лінеаризації не дає бажаних результатів [1].

Використанням методу гармонійної лінеаризації. Система диференціальних рівнянь збуреного стану об'єкта подається у формі (7). Оскільки методика лінеаризації нелінійних систем зі змушеними коливаннями аналогічна методиці лінеаризації нелінійних систем, які працюють в автоколивальному режимі, то можна обмежитись викладенням метода лінеаризації систем з автоколиваннями.

Математичне очікування $m_{xp}(t)$ і кореляційна функція $K_{x\rho xi}(t,S)\ \rho = 1,\dots,m)$ визначаються при представленні *Zt(t)* у вигляді:

$$Z_l(t) = Z_l^0(t) + Z_l^*(t)\ l = 1,\dots,m) \tag{10}$$

де Z_l^0 – випадкова складова вихідного параметра, що повільно змінюється; (t)=*Zsin Ωt* – гармонічна складова з випадковою амплітудою *Z*.

Для обґрунтованого виконання процедури гармонічної лінеаризації робимо припущення, що вихідний параметр системи близький до гармонічного коливання. Тоді функцію $\varphi_l(Z_l)$ можна представити у вигляді [5]:

$$\varphi_l(Z_l) = \varphi_l^0 + gZ_l^* + \frac{g'}{\Omega}\cdot\frac{d}{dt}Z_l^*,$$

де

$$\varphi_l^0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(Z_l^0 + Z\sin\Psi, Z\Omega\cos\Psi)d\Psi;$$

$$g = \frac{1}{2Z}\int_0^{2\pi} F(Z_l^0 + Z\sin\Psi, Z\Omega\cos\Psi)\sin\Psi d\Psi;$$

$$g' = \frac{1}{\pi Z}\int_0^{2\pi} F(Z_l^0 + Z\sin\Psi, Z\Omega\cos\Psi)\cos\Psi d\Psi.$$

Вирази φ_l^0, g, g' для конкретних нелінійностей можна взяти з [5].

Виконуючи відповідні підстановки і перетворення, отримуємо систему рівнянь для визначення математичного очікування вихідних параметрів:

$$\begin{cases} \sum_\rho^m M_{\rho l}\left(t,\tau,\frac{d}{dt}.Q\right)m_{x\rho} = F_{l,}(t,\tau,m_x,m_z) + \varphi_l^0(Z_l^0); \\ Z_l^0 = \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l\, m_{xi} + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l\, m_{\xi j} \end{cases} \tag{11}$$

а також систему рівнянь для визначення випадкових складових функцій:

$$\sum_{\rho=1}^m M_{\rho l}\left(t,\tau,\frac{d}{dt},Q\right)x_\rho^0 = \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{xp}}\right]x_\rho^0 +$$
$$+\sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{\xi j}}\right]\xi_{\rho j}^0 + gZ_l^* + \frac{g'}{\Omega}\cdot\frac{d}{dt}Z_l^*; \tag{12}$$
$$Z_l^* = \sum_{i=1}^{S_l} a_i^l x_i^0 + \sum_{j=1}^{N_l} C_j^l x\xi_j^0$$

Проінтегрувавши системи рівнянь (11) та (12), можна визначити математичне очікування і кореляційну функцію вихідних параметрів. Це один з найпростіших методів. Наявність в системах великих відхилень і значної (великої) нелінійностей перешкоджає безпосередньому використанню цього метода.

В деяких випадках гарні результати дає комбінація метода лінійних збурень з методом Монте-Карло. При цьому аналіз нелінійної частини потрібно виконувати методом Монте-Карло, а лінійної – методом квазілінійних збурень.

Розроблені імовірнісні підходи дозволяють оптимізувати об’єктний склад ГІС ВП.

Оцінка впливу законів розподілу параметрів елементів на статистичні характеристики ГІС ВП. Випадкова зміна режиму та умов роботи ГІС ВП, а отже зміна параметрів елементів, обумовлює випадкову зміну її параметрів як протягом часу протікання процесів, так і реалізації одного процесу до іншого. Випадковий характер зміни параметрів ГІС ВП необхідно враховувати при оптимізації процесу моніторингу бойових дій. Тому розглянуті попередньо методи визначення імовірнісних характеристик об’єкта є з цієї точки зору недостатньо ефективними, оскільки вони отримані в припущені, що параметри невипадкові, тобто вони змінюються в часі за певним законом або є постійними.

Оцінку імовірнісних характеристик параметрів ГІС ВП з урахуванням випадковості параметрів елементів можна виконати або методами безпосереднього визначення характеристики, або методом імовірнісного усереднення [6].

Методи безпосереднього визначення імовірнісних характеристик параметрів шляхом невипадкових впливів або методом Монте-Карло є доволі трудомісткими і одержувані цими методами залежності характеристик процесу від характеристик впливів і параметрів системи не є наочними.

Більш наочним і менш трудомістким є метод імовірнісного усереднення, суть якого полягає в наступному. Спочатку викладеними попередньо методами визначаються імовірнісні характеристики ідеалізованої системи об'єкта, тобто системи або нелінійної стаціонарної, або простої лінійної нестаціонарної з детермінованими параметрами. Потім відповідним імовірнісним усередненням отриманих характеристик в діапазоні можливих значень непрямих впливів визначаються дійсні значення імовірнісних характеристик.

Припустимо, що всі випадкові зовнішні прямі і внутрішні впливи $\xi_i(t), \dots, \xi_k(t)$ не залежать від випадкових непрямих внутрішніх впливів $\zeta_i(t), \dots, \zeta_\mu(t)$ що майже завжди має місце (майже завжди виконується). Тоді випадковий процес $x_\rho(t)$ $(\rho = 1, \dots, m)$ в об'єкті є функцією випадкових впливів $\zeta_i(t)$ $(i = 1, \dots, k)$, $\zeta_j(t)$ $(j = 1, \dots, \mu)$

$$x_\rho(t) = \varphi_0[\xi_i(t), \zeta_i(t), \tau\,],$$

де φ_0 – деяка нелінійна функція.

Якщо $f_\xi(Z, t, \tau)$ і $f_\zeta(\zeta_1, \dots \zeta_\mu, t, \tau)$ – диференціальні закони розподілу систем випадкових величин відповідно ξ_i і ζ_j, то математическре ожидание выходных координат объекта можна розрахувати за формулою:

$$m_{x_\varrho}(t, \tau) = \int \dots k \dots \int \dots \mu \int_{-\infty}^{\infty} \varphi \times\ [\xi_i(t), \zeta_i(t), \tau] f_\zeta(\xi_i,t,\tau) f_\xi(\xi_j,t,\tau) d\xi_j d\zeta_i$$

$$(i = 1, \dots, k) \quad (j = 1, \dots, \mu).$$

Математичне очікування параметрів x_ρ при конкретних значеннях $\overline{\xi_i}$ випадкових величин ξ_i отримаємо шляхом усереднення ζ_i:

$$m_{x_\varrho}\left(\overline{\xi_i}, t, \tau\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots (k) \dots \int \varphi\left[\zeta_i(t), \overline{\xi_i}\,(t), \tau\right] f_\zeta(\zeta_i,t,\tau) d\zeta_i.$$

Це математичне очікування порівняно просто знаходиться для лінійних і нелінійних стаціонарних і нестаціонарних безперервних систем, а також для порівняно простих дискретних систем.

Для одержання математичного очікування вихідних параметрів об'єкта $x_\rho(t)$ з урахуванням випадковості параметрів елементів необхідно виконати подальше усереднення:

$$m_{x_\varrho}(t, \tau) = \int \dots (\mu)_{-\infty}^{\infty} \dots \int m_{x_\rho}(\overline{\zeta}\,, t, \tau) f_\zeta(\zeta_j, t, \tau) d\zeta_j.$$

Кореляційна функція і дисперсія вихідних параметрів знаходяться за аналогічною методикою.

Основною перевагою метода імовірнісного усереднення є незалежність урахування випадковості параметрів елементів від прямих випадкових впливів. При прямому методі урахування випадковості параметрів зазначена залежність зберігається, що спричинює істотні обчислювальні складності.

Таким чином, виявляється можливість визначити імовірнісні характеристики об'єкта, що включає стаціонарні і нестаціонарні, лінійні і нелінійні системи, точно і наближено з використанням методу статистичних проб і методу невипадкових впливів, а також методу імовірнісного усереднення.

У результаті наближених розв'язків з використанням лінеарізованих рівнянь і операторів одержуються наближені імовірнісні характеристики вихідних параметрів ГІС ВП, що визначають її стан, що дозволяє визначити оптимальну структуру ГІС ВП.

Висновки. Проведений аналіз засвідчив необхідність розробки нових методів і алгоритмів, які б дозволяли створити оптимальну структуру ГІС ВП на основі створення математичної функціональної статистичної моделі. Визначені напрямки дослідження на основі ймовірнісних підходів.

Розроблені алгоритми та супутня актуальна інформація в майбутньому можуть стати ядром оптимізаційних процесів і їх доцільно залучити до банку програмного забезпечення ГІС ВП. Вони дозволяють прискорити процес оптимізації за рахунок використання ймовірнісних підходів, можуть стати в нагоді при створення нового програмного забезпечення, для проведення оптимізації впровадження нових підсистем ГІС ВП, реалізації функцій їх взаємодії та прийняття обґрунтованих рішень щодо їх впровадження. Надалі наукові дослідження будуть спрямовані на удосконалення існуючих підходів та розробку нового математичного апарату щодо синтезу організаційно-функціональних структур ГІС ВП.

Список використаних джерел

1. Зацерковний, В. І., Оберемок, Н. В., & Бондарь, Ю. С. (2016). Оптимізація геоінформаційних систем для задач моніторингу акустичного забруднення. *Наукоємні технології*, *4*(32), 425–433.

2. Kazakov, I. E., & Dostupov, B. G. (1962). *Statisticheskaia dinamika nelineinykh avtomaticheskikh sistem [Statistical dynamics of nonlinear automatic systems].* Fizmatgiz.

3. Кушлик-Дивульська, О. І., Поліщук, Н. В., Орел, Б. П., & Штабалюк, П. І. (2014). *Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник*. НТУУ «КПІ».

4. Штіфзон, О. Й., & Новіков, П. В. (2021). *Теорія автоматичного управління. Нелінійні та дискретні системи*. КПІ ім. Ігоря Сікорського.

5. Popov, E. P., & Paltov, I. P. (1960). *Priblizhennye metody issledovaniia nelineinykh avtomaticheskikh sistem [Approximate methods for studying nonlinear automatic systems].*

6. Livshits, N. A., & Pugachev, V. N. (1963). *Veroiatnostnyi analiz sistem avtomaticheskogo upravleniia [Probabilistic analysis of automatic control systems]* (Vols. 1–2). Sovetskoe Radio.

References

1. Zatserkovnyi, V. I., Oberemok, N. V., & Bondar, Yu. S. (2016). Optymizatsiia heoinformatsiinykh system dlia zadach monitorynhu akustychnoho zabrudnennia [Optimization of geographic information systems for acoustic pollution monitoring tasks.] *Naukoiemni tekhnolohii – Science-Intensive Technologies*, *4*(32), 425–433.

2. Kazakov, I. E., & Dostupov, B. G. (1962). *Statistical dynamics of nonlinear automatic systems*. Fizmatgiz.

3. Kushlyk-Dyvulska, O. I., Polishchuk, N. V., Orel, B. P., & Shtabaliuk, P. I. (2014). *Teoriia ymovirnostei ta matematychna statystyka [*Probability theory and mathematical statistics*]*. NTUU ЄKPI".

4. Shtifzon, O. Y., & Novikov, P. V. (2021). Teoriia avtomatychnoho upravlinnia. Neliniini ta dyskretni systemy *[Theory of automatic control. Nonlinear and discrete systems]*. Igor Sikorsky KPI.

5. Popov, E. P., & Paltov, I. P. (1960). *Approximate methods for studying nonlinear automatic systems.*

6. Livshits, N. A., & Pugachev, V. N. (1963). *Probabilistic analysis of automatic control systems* (Vols. 1–2). Sovetskoe Radio.

Дата першого надходження статті до видання: 18.09.2025
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 03.10.2025

UDC 681.518.3:528

Mykola Bialyi[1], Igor Pampukha[2]

[1] Adjunct, Scientific and Organizational Department
Military Institute of Taras Shevchenko National University of Kyiv (Kyiv, Ukraine)
E–mail: nikolai.bialiy@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0009-0006-9487-1502
[2]PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Research Center
Military Institute of Taras Shevchenko National University of Kyiv (Kyiv, Ukraine)
E–mail: ihor.pampukha@knu.ua. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-4807-3984

ANALYSIS OF APPROACHES TO FINDING THE OPTIMAL STRUCTURE OF A MILITARY-ORIENTED GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEM

A military-oriented Geographic Information System (GIS-M) is a typical dynamic and complex organizational system. The available GIS tools facilitate the effective preparation, processing, and visualization of spatial data, allowing the integration of various data sources and the analysis of spatial relationships between different factors. At the same time, GIS-M must remain flexible to adapt to constantly changing conditions and to improve existing systems in order to meet specific military needs. This can help identify optimal management strategies through modeling the interactions between troops and decision-makers (DMs).

The task of optimizing GIS belongs to the class of problems associated with the optimization of complex automated systems and is based on both classical and modern mathematical methods: variational calculus, statistical decision theory, game theory, operations research, information theory, probability theory, Pontryagin's maximum principle, Bellman's dynamic programming method, and others. It is a complex, non-trivial task that requires considering numerous characteristics of the battlefield, integrating with game theory, multi-criteria decision-making models, as well as the development and refinement of specialized algorithms. The paper presents the results of developing approaches to GIS-M optimization. Proposed approaches to optimization are outlined.

Keywords: *geographic information system (GIS), geospatial data, military geographic information systems (GIS-M).*
Fig.: 1. References: 6.

Бялий М. О., Пампуха І. В. Аналіз підходів щодо пошуку оптимальної структури геоінформаційної системи військового призначення. *Технічні науки та технології*, 2025. № 4(42). С. 277-285. DOI: https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4(42)-277-285.