

DOI: [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4\(42\)-562-571](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2025-4(42)-562-571)

УДК 528.486:625.724

**Станіслав Георгійович Радов¹, Сергій Вікторович Ротте²,
Аліна Вікторівна Волонтир³, Лариса Віталіївна Іванова⁴,
Ольга Вадимівна Кузнецова⁵**

¹кандидат технічних наук, доцент кафедри геодезії, землеустрою, будівельних конструкцій та безпеки життєдіяльності
Черкаський державний технологічний університет (Черкаси, Україна)

E-mail: s.radov@chdtu.edu.ua. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-5721-996X>

²кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри геодезії, землеустрою,
будівельних конструкцій та безпеки життєдіяльності

Черкаський державний технологічний університет (Черкаси, Україна)

E-mail: s.rotte@chdtu.edu.ua. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1281-1241>

³старший викладач кафедри геодезії, землеустрою, будівельних конструкцій та безпеки життєдіяльності
Черкаський державний технологічний університет (Черкаси, Україна)

E-mail: a.volontyr@chdtu.edu.ua. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5609-4569>

⁴старший викладач кафедри геодезії, землеустрою, будівельних конструкцій та безпеки життєдіяльності
Черкаський державний технологічний університет (Черкаси, Україна)

E-mail: livanova@chdtu.edu.ua. ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-4239-3100>

⁵старший викладач кафедри геодезії, землеустрою, будівельних конструкцій та безпеки життєдіяльності
Черкаський державний технологічний університет (Черкаси, Україна)

E-mail: o.kuznetsova@chdtu.edu.ua. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-2189-7306>

ВСТАВКА ПЕРЕХІДНИХ КРИВИХ ПІД ЧАС РЕКОНСТРУКЦІЇ ДОРІГ

*Реконструкція доріг часто потребує вставки перехідних кривих на криволінійних ділянках траси. Вставка кло-
тоїди призводить до зміщення колової кривої в напрямку її центра, а варіанти збереження положення центру колової
кривої не враховують виникнення додаткового кута повороту напрямку руху в точці з'єднання кривих. Наведено об-
ґрунтування алгоритму трансформації клотоїди у дотичну перехідну криву, яка задовольняє основні геометричні па-
раметри коректного з'єднання з існуючою коловою кривою, приклади розрахунків запропонованої перехідної кривої та
їх графічне відображення.*

Ключові слова: колова крива; перехідна крива; дотичні криві; геометричні умови з'єднання; оптимізація.

Рис.: 6. Бібл.: 12.

Актуальність теми дослідження. Зміна напрямку руху транспорту викликає зростання відцентрової сили, що негативно впливає на учасників руху, транспортні засоби та дорожнє покриття. Зменшення впливу відцентрового прискорення досягається використанням коло-
вих та перехідних кривих, які забезпечують плавну зміну радіуса кривизни.

Залежно від категорії дороги, допустимої швидкості руху та дорожніх умов перехідні криві можуть проектуватися у вигляді клотоїди, кубічної параболи, кадїоїди, кривої Блан-
нта, Віденської дуги тощо. Найчастіше в Україні застосовується клотоїда, яка підходить для доріг усіх категорій за межами та в межах населених пунктів. Недоліком викорис-
тання клотоїди є зміщення раніше запроєктованої або побудованої колової кривої в на-
прямку її центра, а при збереженні положення центру колової кривої з'являються додат-
кові поперечні (бокові) прискорення.

Тема статті пов'язана з геодезичним забезпеченням будівництва та реконструкції автодоріг і є актуальною для геодезичної та будівельної спеціальностей. Враховуючи ймовірне збільшення обсягу будівництва нових, а також повоєнного відновлення та реконструкції автомобільних доріг, питання безпеки руху набуває важливого практич-
ного значення. Тому до геометричних параметрів криволінійних ділянок встановлю-
ються підвищені вимоги.

Постановка проблеми. Традиційне трасування криволінійних ділянок автодороги по-
лягає у побудові на місцевості головних точок колових кривих за радіусом та кутом пово-
роту траси, обчисленню їхнього пікетажного положення та винесенню на криву наявних
пікетних точок. Вставка перехідних кривих у вигляді клотоїди під час проектування та де-
тального розмічування криволінійних ділянок призводить до зміщення колової кривої в

напрямку її центру, що змінює геометричні параметри траси (рис. 1, а). Варіанти збереження положення центру колової кривої (рис. 1, б) не враховують виникнення додаткового кута повороту напрямку руху в точці з'єднання перехідної та колової кривих, що позначається на безпеці руху. Крім того, координати точок перехідних та колових кривих визначаються в різних системах, що потребує їх подальшого перетворення до єдиної системи координат для ефективного використання сучасних технологій розмічувальних робіт.

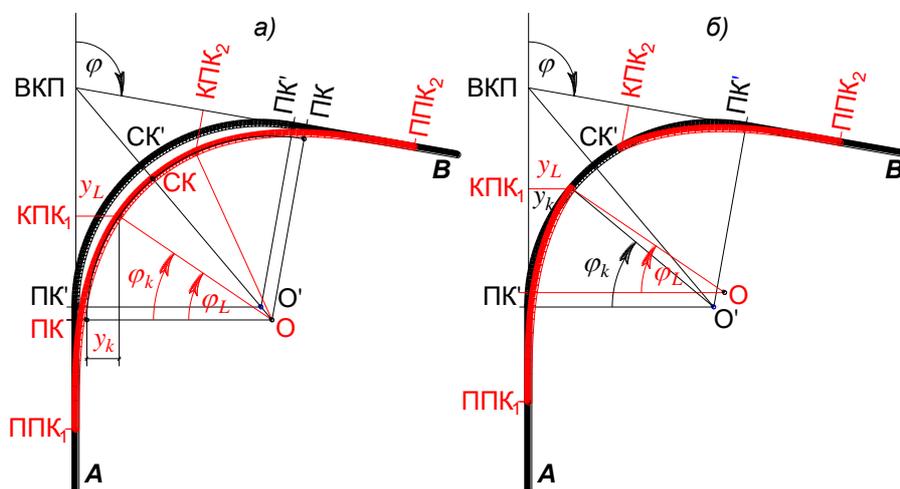


Рис. 1. Вставка перехідної кривої під час реконструкції автодороги:

а – зі зміною положення центру колової кривої;

б – без зміни положення центру колової кривої

(ВКП та φ – вершина та кут повороту траси; ПК'–СК'–ПК' – існуюча колова крива з центром O'; ПК–СК–ПК – нова колова крива з центром O; ППК₁–КПК₁ та ППК₂–КПК₂ – перехідні криві; y_L, y_k та φ_L, φ_k – ординати спільної точки перехідної і колової кривих та відповідні кути повороту)

Джерело: розроблено авторами.

Задача вставки перехідної кривої між прямолінійною ділянкою траси та існуючою коловою кривою полягає в пошуку такої дотичної кривої, для якої в точці з'єднання збігаються відповідні геометричні параметри:

$$y_L = y_k; \quad \rho_L = R; \quad \varphi_L = \varphi_k; \quad \varphi_L \leq 0,5\varphi, \quad (1)$$

де ρ_L та R – радіуси перехідної та колової кривих.

У роботі проведено аналіз способів вставки перехідної кривої у вигляді клотоїди без зміни попереднього положення центру колової кривої, запропоновано близьку до клотоїди перехідну криву з виконанням умов (1) та рекомендації щодо оптимізації проектних параметрів криволінійних ділянок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Використання перехідних кривих у проектуванні автомобільних доріг регламентується чинними нормативно-технічними документами України та європейських країн [1; 2; 3; 4]. Зазначені елементи терасування також впроваджуються при проектуванні залізничних колій [5] та ліній метрополітену [6]. Як перехідні криві здебільшого використовуються клотоїди, поєднання яких з коловою кривою можливе зі зміщенням центру кривої або без його зміщення [7, с. 189]. Основна відмінність полягає в тому, що при повному виконанні умов, (1) центр колової кривої зміщується, а при незмінному положенні центру кривої її кут повороту та/або радіус відрізняється від аналогічних параметрів клотоїди.

Попри переваги клотоїди, вона не може у явному вигляді використовуватися під час реконструкції доріг, у зв'язку з необхідністю зміщення існуючої колової кривої в напрямку її центру (рис. 1, а). Алгоритми вставки клотоїди без зміни положення центру колової кривої [8; 9, с. 320] не враховують виникнення додаткових змін напрямку руху в точці з'єднання перехідної та колової кривих. Вони виникають тому, що перехідна крива не є дотичною до колової кривої в спільній точці C (рис. 2), а перетинає її під кутом $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \varphi_k - \varphi_L. \tag{2}$$

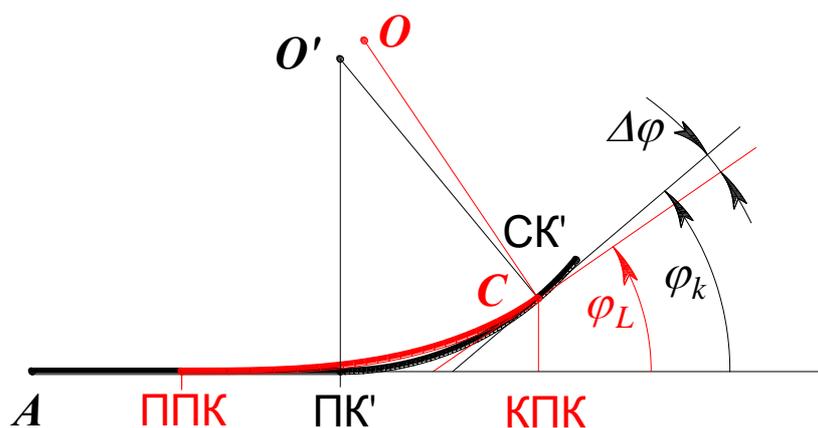


Рис. 2. Кути повороту клотоїди та колової кривої в спільній точці C
 Джерело: розроблено авторами.

Для забезпечення плавності руху транспорту під час реконструкції транспортних мереж розробляються алгоритми вставки перехідних кривих з заданими геометричними параметрами [10, с. 196; 11; 12]. При цьому розглядаються різноманітні спіралі, кубічні та квадратні параболи, інші криві другого та третього порядку. Такі перехідні криві потребують зазвичай достатньо складних розрахунків, спеціальних програмних продуктів та не знаходять використання в інженерній практиці.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. У наукових роботах відсутні прості та надійні методи проектування вставки перехідних кривих при реконструкції існуючих транспортних мереж.

Метою статті є обґрунтування перехідної кривої, що забезпечує практично однакові геометричні параметри в точці з'єднання з коловою кривою без зміни положення її центра. Наявність методики проектування такої кривої дасть можливість вставки перехідних кривих під час реконструкції транспортних мереж із максимальним збереженням колової кривої та одночасним підвищенням безпеки руху транспортних засобів.

Виклад основного матеріалу. Проектування нових автомобільних доріг дає можливість ще на стадії інженерно-геодезичних вишукувань та польового трасування дороги враховувати перехідні криві на криволінійних ділянках траси (рис. 1, а). Але під час проектування реконструкції або капітального ремонту автодоріг виникає задача вставки перехідної кривої на вже існуючій криволінійній ділянці. Оптимальним рішенням при цьому вважається збереження більшої частини колової кривої без суттєвих змін її місцеположення та геометричних параметрів.

Якщо в точці з'єднання клотоїди та колової кривої при незмінному положенні її центру прийняти $y_k = y_L$, то кут повороту колової кривої

$$\phi_k = \arccos\left(1 - \frac{y_L}{R}\right) \tag{3}$$

завжди буде більше кута повороту перехідної кривої

$$\phi_L = \frac{L}{2R} \tag{4}$$

в зв'язку із зміщенням початків розрахунку ординат y_k відносно y_L на величину зсуву осі абсцис (Δ), який можна визначити за наближеною формулою [7, с. 189]

$$\Delta = \frac{L^2}{24R} \left(1 - \frac{L^2}{112R^2}\right), \tag{5}$$

де L – повна довжина перехідної кривої.

Наприклад, для радіуса колової кривої $R=500$ м та довжини перехідної кривої $L=120$ м маємо ординату кінцевої точки перехідної кривої $y_L=4,795$ м та кут повороту $\phi_L=6^\circ52'32''$. При цьому обчислений за формулою (3) кут повороту колової кривої становить $\phi_k=7^\circ56'29''$, а різниця кутів повороту $\Delta\phi=1^\circ03'57''$ відповідає 9,301 м дуги колової кривої. Якщо радіус колової кривої дорівнює 1000 м, то $y_L=2,399$ м, $\phi_L=3^\circ26'16''$, $\phi_k=3^\circ58'11''$, $\Delta\phi=0^\circ31'55''$, що буде відповідати 9,284 м дуги колової кривої. Практично такі результати отримаємо при зміні радіуса колової кривої в кінцевих точках перехідних кривих.

Різниця кутів ϕ_k та ϕ_L відповідає дуга $l_{\Delta\phi}$ колової кривої, яка прямо пропорційна довжині L перехідної кривої та практично не залежить від радіуса R (рис. 3).

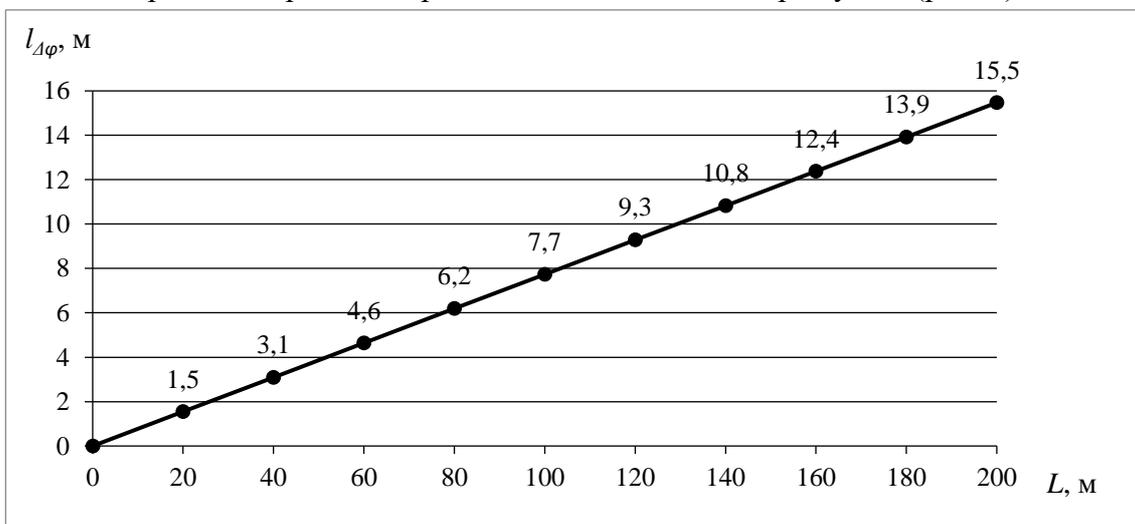


Рис. 3. Вплив невідповідності кутів повороту перехідної та колової кривих
Джерело: розроблено авторами.

Таким чином, вставка клотоїди з одночасним збереженням центру існуючої колової кривої призводить до різких змін напрямку руху в точках з'єднання кривих.

Розглянемо простий алгоритм трансформування клотоїди до такої перехідної кривої, яка буде дотичною до колової кривої без зміщення її центру. Для цього спочатку потрібно уникнути зміни початку умовних ординат y_k та y_L , тобто в кожній ординаті перехідної кривої прибрати зсув осі абсцис Δ .

Оскільки в кінцевій точці клотоїди (рис. 1, а) $\phi_L = \phi_k$, $\rho_L = R$ та [7, с. 190].

$$\left. \begin{aligned} x_L &= L \left(1 - \frac{L^2}{40R^2} + \frac{L^4}{3456R^4} \right); \\ y_L &= \frac{L^2}{6R} \left(1 - \frac{L^2}{56R^2} + \frac{L^4}{7040R^4} \right); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

то координати центра нової колової кривої можна обчислити за формулами:

$$\left. \begin{aligned} x_o &= x_L - R \sin \phi_L; \\ y_o &= y_L + R \cos \phi_L. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Таким чином легко знайти координати точки початку нової колової кривої (рис. 1, а) в системі координат перехідної кривої:

$$x_{ПК} = x_o; \quad y_{ПК} = y_o - R. \quad (8)$$

Після перетворення та підстановки Δ (5) одержимо:

$$y_{ПК} = y_L + R(\cos \phi_L - 1) = y_L - y_k = \Delta. \quad (9)$$

Таким чином, зсув осі абсцис Δ буде відсутній при обчисленні ординат кінцевої точки перехідної кривої за формулою:

$$y'_L = R(1 - \cos \phi_L), \quad (10)$$

а поточної точки на відстані l від початку перехідної кривої – за формулою:

$$y'_l = \rho_l(1 - \cos \phi_l), \quad (11)$$

де ρ_l та ϕ_l - радіус та кут повороту перехідної кривої в проміжних точках [7, с. 189]:

$$\rho_l = \frac{RL}{l}; \quad (12)$$

та

$$\phi_l = \frac{l^2}{2RL}. \quad (13)$$

Загальний вигляд такої перехідної та колової кривих при $R=500$ м, $L=120$ м наведено на рис. 4. Як і у випадку використання клоатоїди з незмінним центром колової кривої (рис. 2), запропонована перехідна та колова криві (рис. 4) не є дотичними.

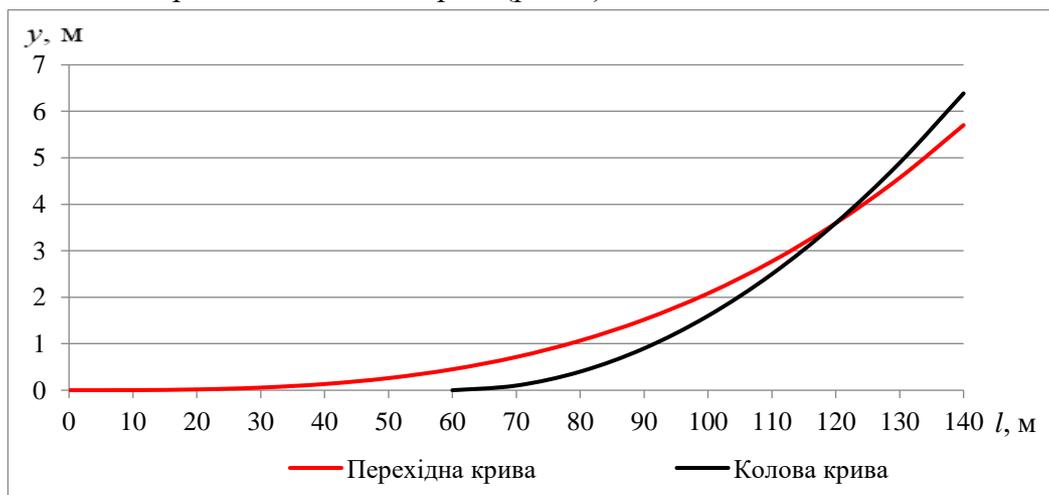


Рис. 4. Графік перехідної та колової кривих при $R=500$ м, $L=120$ м, $y'_l = \rho_l(1 - \cos \phi_l)$

Джерело: розроблено авторами.

Для визначення кутів повороту φ'_l скористаємося відомою залежністю:

$$\operatorname{tg}\varphi'_l = \frac{dy'}{dx'} = \frac{\partial y'}{\partial l} : \frac{\partial x'}{\partial l}, \tag{14}$$

де часткові похідні визначаються за формулами:

$$\frac{\partial y'}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left[\frac{RL}{l} \left(1 - \cos \frac{l^2}{2RL} \right) \right] = \sin \frac{l^2}{2RL} - \frac{y'_l}{l}; \tag{15}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial l} \approx \frac{\partial}{\partial l} \left(l - \frac{l^5}{40R^2L^2} \right) \approx 1 - \frac{l^4}{8R^2L^2}; \tag{16}$$

Звідки одержуємо:

$$\varphi'_l \approx \frac{l^2}{2RL} - \frac{y'_l}{l} \approx \varphi_l - \frac{y'_l}{l}. \tag{17}$$

У нашому прикладі кут повороту перехідної кривої, обчислений за формулою (17) в точці перетину з коловою кривою, дорівнює $\varphi'_l \approx 0,0900$ рад. $\approx 5^\circ 09,5'$. А кут повороту колової кривої, обчислений в цій точці за формулою (3), складає $\varphi_k \approx 6^\circ 52,5''$. Таким чином, після ліквідації зсуву осі абсцис Δ , ординати кінцевої точки перехідної кривої y'_L та відповідної точки колової кривої y_k будуть однакові ($y'_L = y_k = 3,596$ м), але кути повороту φ'_L та φ_k будуть відрізнятися.

Аналіз методом математичного моделювання показав, що якщо при обчисленні ординат y'_l (11) перехідної кривої визначати вихідні кути φ_l за формулою

$$\varphi_l = \frac{l^m}{2RL^{m-1}}, \tag{18}$$

то при показнику степеня $m \geq 2$ знайдеться перехідна крива, яка буде задовольняти геометричні умови (1) коректного з'єднання з існуючою коловою кривою. При цьому перше наближення можна визначати для $m = 2,5$. У нашому прикладі ($R = 500$ м, $L = 120$ м) при $m = 2,5$ перехідна крива у своїй кінцевій точці ($l = 120$ м) практично стає дотичною до колової кривої (рис. 5).

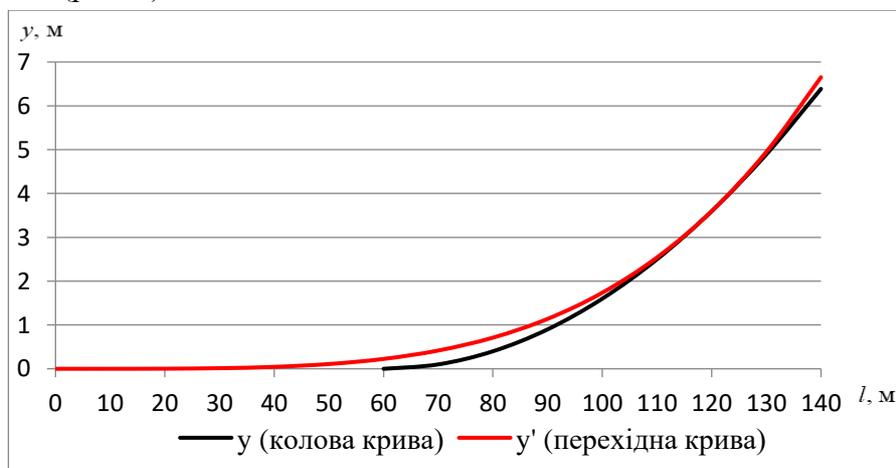


Рис. 5. Графік колової та нової перехідної кривих при $m = 2,5$

Джерело: розроблено авторами.

Оптимальне значення показника степеню m можна визначити методом мінімізації функціонала (рис. 2)

$$F = R(\varphi_k - \varphi_l), \tag{19}$$

де кути повороту колової (φ_k) та перехідної (φ_L) кривих у точці їх з'єднання визначаються за формулами:

$$\varphi_k = L/2R; \tag{20}$$

$$\text{tg}\varphi_L = \left(\frac{m}{2} \sin \frac{L}{2R} - \frac{y_L}{L} \right) : \left(1 - \frac{L^2}{8R^2} \right). \tag{21}$$

Наприклад, при $R = 500$ м, $L=120$ м, $m=2,5$ (рис. 5) кути повороту приймають значення $\varphi_k = 6^\circ 52' 31,8''$ та $\varphi_L = 6^\circ 52' 24,6''$, а функціонал $F = 0,017$ м. Для обчислення оптимального значення показника степеня m можна скористатися функцією «Пошук рішення» пункту «Дані» головного меню «Microsoft Excel». Для нашого прикладу оптимальним є показник степеня $m \approx 2,50058$, при якому цільова функція приймає значення $F < 0,01$ мм (табл. 1).

Таблиця 1 – Результати оптимізації перехідної кривої

Показник	R, м	L, м	m	y _L , м	φ _k , рад.	tgφ _L	φ _L , рад.	Δφ, рад.	F, мм
Вихідні дані	500	120	2,5	3,596	0,1200	0,120544	0,11996	0,0000347	17
Оптимальні дані	500	120	2,50058	3,596	0,1200	0,120579	0,12000	0,0000000	0,001

Джерело: розроблено авторами.

Аналіз кутів повороту (φ) та їх змін ($\Delta\varphi$) при $R = 500$ м, $L = 120$ м, $l = 20$ м та $m = 2,50058$ для клотоїди при зміщеному центрі колової кривої та запропонованої перехідної кривої при збереженні центру колової кривої показує, що в точці з'єднання перехідної кривої з коловою кривою залишається незначний стрибок бокового прискорення (рис. 6).

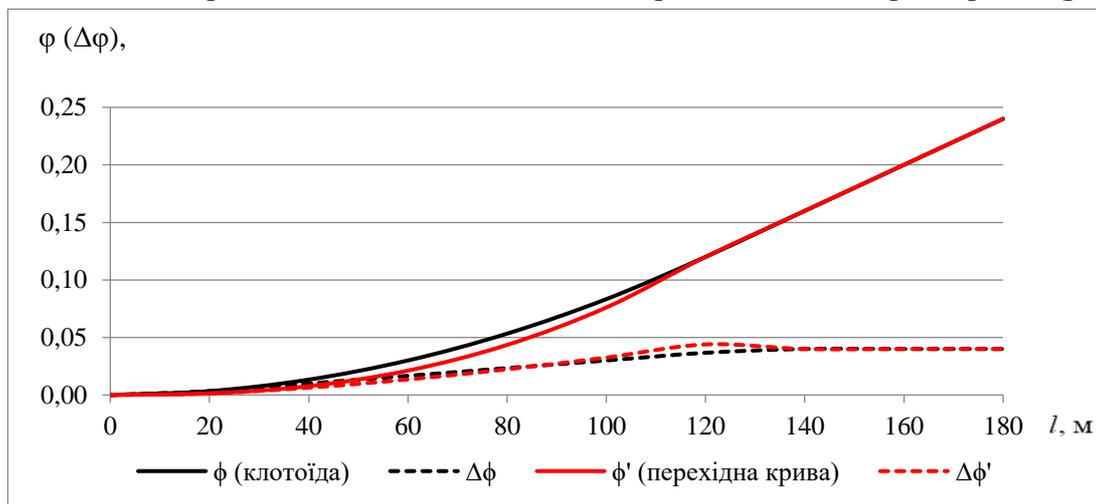


Рис. 6. Графіки зміни кутів повороту перехідних та колової кривих

Джерело: розроблено авторами.

У порівнянні з використанням клотоїди з одночасним збереженням центру колової кривої (рис. 3) маємо суттєве (в 4-5 разів) зменшення бокової зміни напрямку руху з 64' до 13,5', що відповідає довжині дуги 1,9 м замість 9,3 м. Разом з тим, слід відзначити асимптотичне наближення запропонованої перехідної кривої не тільки до прямолінійної ділянки, а й до колової кривої. При цьому перехідна крива дотична до колової кривої, а в

точці їх з'єднання задовольняються всі заявлені геометричні параметри (1). Координати точок колової кривої визначаються в єдиній системі координат з перехідною кривою, їх легко трансформувати від умовної до загальнодержавної або місцевої систем координат. Це дає можливість використовувати ГІС-технології на стадії проектних робіт та методи ГНСС-спостережень під час польового трасування, інженерно-технічних вишукувань та детальних розмічувальних робіт криволінійних ділянок траси.

Висновки. У статті обґрунтовано удосконалений спосіб вставки перехідної кривої під час реконструкції автомобільних доріг зі збереженням значної частини існуючої колової кривої. Проведений аналіз методом математичного моделювання підтвердив відповідність перехідної кривої основним геометричним умовам її з'єднання з коловою кривою. Запропонована методика вставки перехідної кривої між прямолінійними та коловими ділянками траси також може використовуватись при територіальних обмеженнях можливостях місцевості на параметри перехідних кривих.

Список використаних джерел

1. ДБН В.2.3-4:2015. (2015). *Автомобільні дороги. Частина I. Проектування. Частина II. Будівництво*. Мінрегіон України. https://e-construction.gov.ua/laws_detail/3074920736381470676?doc_type=2.
2. RAL (2012). *Richtlinien für die Anlage von Landstraßen* (нім.). <https://www.fgsv-verlag.de/pub/media/pdf/201.i.pdf>.
3. ICTAAL (2021). *Instruction sur les conditions techniques d'aménagement des autoroutes de liaison* (фр.). <https://dtrf.cerema.fr/pdf/pj/Dtrf/0002/Dtrf-0002540/DT2540.pdf>.
4. NORMA 3.1-IC (2020). *De la Instrucción de carreteras Trazado* (ісп). https://www.transportes.gob.es/recursos_mfom/comodin/recursos/pdfhandler.pdf.
5. ДБН В.2.3-19 (2018) *Залізничні колії 1520 мм. Норми проектування*. https://e-construction.gov.ua/laws_detail/3074863391337088215?doc_type=2.
6. Міністерство розвитку громад та територій України. (2019). *ДБН В.2.3-7:2018 «Метрополітени»*. Київ: Мінрегіон. https://e-construction.gov.ua/files/new_doc/3019969602391115370/2023-01-20/6b129a64-f904-4382-8bf8-89778b272bf7.pdf.
7. Баран, П. І. (2012). *Інженерна геодезія*. ПАТ «ВІПОЛ». <https://www.twirpx.com/file/2435018>.
8. Баран, П. І. & Буряк К. О. (2013). Новий спосіб розміщення клотоїди та її з'єднання з незміщеною коловою кривою. *Вісник геодезії та картографії*, (3(84)), 11-14. http://nbuv.gov.ua/UJRN/vgtk_2013_3_4
9. Баран, П. І., & Марущак, М. П. (2015). *Топографія та інженерна геодезія: Підручник для студентів геодезичних і негеодезичних спеціальностей вищих навчальних закладів*. Знання України.
10. Білятинський, О. А., & Старовойда, В. П. (2003). *Проектування капітального ремонту і реконструкції доріг*. Вища освіта.
11. Борисенко, В.Д. & Устенко, С.А. (2017). Моделювання перехідної кривої на обмеженій ділянці місцевості. *Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту*, (2(68)), 92–100. <http://mdu.edu.ua/wp-content/uploads/gmit14.pdf>.
12. Gottam, S., Neduri, P., Yadav, G. S., Poongudi, K., Swathi Kiran, M., & Lanka, S. (2019). Comparison of transition curves in terms of lateral acceleration and lateral jerk. *International Journal of Recent Technology and Engineering*, 8(1), 2714–2718. <https://www.ijrte.org/wp-content/uploads/papers/v8i1/A1337058119.pdf>.

References

1. DBN V.2.3-4. (2015). DBN V.2.3-4:2015. (2015). *Avtomobilni dorohy. Chastyna I. Proiektuvannia. Chastyna II. Budivnytstvo* [Roads. Part I. Design. Part II. Construction]. https://e-construction.gov.ua/laws_detail/3074920736381470676?doc_type=2.
2. RAL. (2012). *Richtlinien für die Anlage von Landstraßen (Guidelines for the design of rural roads)*. <https://www.fgsv-verlag.de/pub/media/pdf/201.i.pdf>.
3. ICTAAL. (2021). *Instruction sur les conditions techniques d'aménagement des autoroutes de liaison*. <https://dtrf.cerema.fr/pdf/pj/Dtrf/0002/Dtrf-0002540/DT2540.pdf>.

4. NORMA 3.1-IC. (2020). *Instruction for road alignment design*. https://www.transportes.gob.es/recursos_mfom/comodin/recursos/pdfhandler.pdf.
5. DBN V.2.3-19. (2018). *Zaliznytsi kolii 1520 mm. Normy proiektuvannia [Railways 1520 mm gauge: Design standards]*. https://e-construction.gov.ua/laws_detail/3074863391337088215?doc_type=2.
6. DBN V.2.3-7:2018. (2019). *Metropoliteny [Metropolitan railways]*. Ministry of Regional Development of Ukraine. https://e-construction.gov.ua/files/new_doc/3019969602391115370/2023-01-20/6b129a64-f904-4382-8bf8-89778b272bf7.pdf.
7. Baran, P. I. (2012). *Inzhenerna heodeziia [Engineering geodesy]*. VIPOL JSC. <https://www.twirpx.com/file/2435018/>.
8. Baran, P. I., & Buryak, K. O. (2013). *Novyi sposib rozmishchennia klotoidy ta yii ziednannia z nezmishchenoiu kolovoi kryvoi [A new method for placing a clothoid and its connection to a non-shifted circular curve.]* *Visnyk heodezii ta kartografii - Bulletin of Geodesy and Cartography*, (3(84)), 11–14. http://nbuv.gov.ua/UJRN/vgtk_2013_3_4
9. Baran, P. I., & Marushchak, M. P. (2015). *Topografii ta inzhenerna heodeziia: Pidruchnyk dlia studentiv heodezychnykh i neheodezychnykh spetsialnostei vyshchykh navchalnykh zakladiv [Topography and engineering geodesy: Textbook for students of geodesy and non-geodesy specialties of universities]*. Znanniia Ukrainy.
10. Bilyatynskyi, O. A., & Starovoyda, V. P. (2003). *Proiektuvannia kapitalnoho remontu i rekonstruktsii dorih [Design of major repairs and reconstruction of roads]*. Higher Education.
11. Borysenko, V. D., & Ustenko, S. A. (2017). *Modeliuvannia perekhidnoi kryvoi na obmezhenii diliantsi mistsevosti. Nauka ta prohres transportu [Modeling of transition curves on a limited section of terrain. Science and Progress of Transport]*. *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transport – Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*, 2(68), 92–100. <http://mdu.edu.ua/wp-content/uploads/gmit14.pdf>.
12. Gottam, S., Neduri, P., Swamy Yadav, G., Poongudi, K., Swathi Kiran, M., & Soni, L. (2019). *Comparison of transition curves in terms of lateral acceleration and lateral jerk*. *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, 8(1), 2714–2718. <https://www.ijrte.org/wp-content/uploads/papers/v8i1/A1337058119.pdf>.

Дата першого надходження статті до видання: 03.11.2025

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 20.11.2025

UDC 528.486:625.724

Stanislav Radov¹, Sergiy Rotte², Alina Volontyr³, Larisa Ivanova⁴, Olga Kuznetsova⁵

¹Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Geodesy, Land Management, Building Structures and Life Safety

Cherkasy State Technological University (Cherkasy, Ukraine)

E-mail: s.radov@chdtu.edu.ua. **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0003-5721-996X>

²Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Geodesy, Land Management, Building Structures and Life Safety

Cherkasy State Technological University (Cherkasy, Ukraine)

E-mail: s.rotte@chdtu.edu.ua. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-1281-1241>

³Senior Lecturer of the Department of Geodesy, Land Management, Building Structures and Life Safety

Cherkasy State Technological University (Cherkasy, Ukraine)

E-mail: a.volontyr@chdtu.edu.ua. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0001-5609-4569>

⁴Senior Lecturer of the Department of Geodesy, Land Management, Building Structures and Life Safety

Cherkasy State Technological University (Cherkasy, Ukraine)

E-mail: l.ivanova@chdtu.edu.ua. **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0001-4239-3100>

⁵Senior Lecturer of the Department of Geodesy, Land Management, Building Structures and Life Safety life activities

Cherkasy State Technological University (Cherkasy, Ukraine)

E-mail: o.kuznetsova@chdtu.edu.ua. **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0006-2189-7306>

INSERTION OF TRANSITION CURVES DURING ROAD RECONSTRUCTION

The reconstruction of existing highways often requires the insertion of transition curves on curved sections to reduce the negative impact of centrifugal acceleration. The introduction of a clothoid leads to the displacement of the circular curve toward its center, while the options that preserve the position of the center of the circular curve do not account for the occurrence of an additional deflection angle at the junction point of the curves. The search for other types of curves (spirals, cubic and quadratic parabolas, etc.) requires rather complex calculations and therefore has not found wide application in engineering practice.

To substantiate a transition curve that provides practically identical geometric parameters at the junction point with a circular curve without changing its center position, this paper analyzes existing methods of inserting a clothoid and establishes the intersection of these curves instead of their tangential connection. In addition, the coordinates of points on the transition and circular curves are determined in different systems, which affects the efficiency of using modern marking technologies.

Through mathematical modeling, the possibility of transforming a clothoid into a tangent transition curve that satisfies the geometric parameters of a correct connection with an existing circular curve has been proven. An algorithm is proposed for determining the coordinates of the tangent transition curve while meeting the main geometric conditions for connecting with the circular curve, along with recommendations for optimizing the design parameters of curved road sections. Examples of calculations of the proposed transition curve and their graphical representations are presented. Compared with the use of a clothoid while maintaining the center of the circular curve, there is a significant reduction in the influence of changes in the direction of movement.

The design method for this curve makes it possible to insert transition curves during the reconstruction of transport networks with maximum preservation of the circular curve and simultaneous improvement of traffic safety, as well as to use it in areas where the parameters of transition curves are limited by local terrain conditions.

Keywords: *circular curve; transition curve; tangent curves; geometric connection conditions; optimization.*