

**Олександр Євтіхійович Коротинський¹, Анатолій Максимович Жерносеков²,
Ірина Володимирівна Вертецька³**

¹доктор технічних наук,
завідувач лабораторією відділу імпульсних процесів та технологій дугового зварювання
Інститут електрозварювання НАН України (Київ, Україна)
E-mail: epis@ukr.net. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6461-8980>

²доктор технічних наук, завідувач відділу імпульсних процесів та технологій дугового зварювання
Інститут електрозварювання НАН України (Київ, Україна)
E-mail: zhernosekov@paton.kiev.ua. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6404-2221>
Scopus Author ID: 6506774085

³провідний інженер-програміст відділу імпульсних процесів та технологій дугового зварювання
Інститут електрозварювання НАН України (Київ, Україна)
E-mail: epis@ukr.net. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4971-7929>

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ТЕЙЛОРІВСЬКЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРИ АНАЛІЗІ РОБОТИ ДЖЕРЕЛА ЖИВЛЕННЯ ДЛЯ ДУГОВОГО ЗВАРЮВАННЯ

Досліджено питання застосування диференціально-тейлорівського перетворення для аналізу роботи джерел живлення для дугового зварювання, виконаних на основі індуктивно-ємнісних перетворювачів. Показано перспективність цього методу аналізу для розрахунку характеристик джерел живлення на основі нелінійного резонансу. Отримані аналітичні вирази для аналізу нелінійного резонансу в індуктивно-ємнісних перетворювачах, які дозволяють використовувати їх для побудови структур дугових джерел. Результати експериментальної перевірки роботи джерела живлення зварювального струму на нелінійному індуктивно-ємнісному перетворювачі підтвердили стабільність горіння дуги на різних частотах струму.

Ключові слова: диференціально-тейлорівське перетворення; дугове зварювання; джерело живлення; індуктивно-ємнісні перетворювачі; зварювальний струм; нелінійний зварювальний контур; нелінійний резонанс.

Рис.: 3. Бібл.: 7.

Актуальність теми дослідження. Дугове зварювання займає провідне місце при виготовленні різноманітних виробів та конструкцій із широкого спектра матеріалів. Також розвиваються різні види комбінованого та гібридного зварювання: тандем, дуга-лазер, дуга-плазма. Тому розробка джерел живлення на основі нелінійного резонансу для дугового зварювання є важливим завданням. Застосування диференціально-тейлорівського перетворення для аналізу роботи джерел живлення для дугового зварювання, виконаних на основі індуктивно-ємнісних перетворювачів, є досить перспективним для розрахунку характеристик джерел живлення.

Постановка проблеми. Для розв'язання нелінійних рівнянь був розроблений операторний метод диференціально-тейлорівського перетворення (метод ДТП), що ґрунтується на розв'язанні диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів Тейлора [1-2]. Основна відмінність диференціальних перетворень від інтегральних полягає в тому, що перехід від оригіналів до їхніх зображень здійснюється диференціюванням, а не інтегруванням. Розроблено в ДТП теорію систему правил, за допомогою яких складають зображувальні рівняння. Зворотний перехід від зображення до оригіналів здійснюється на основі формули Тейлора.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Диференціально-тейлорівські перетворення, які є предметом дослідження в цій статті, є порівняно новим інструментом математичного моделювання різних фізичних систем, теорія яких розвивається [3-5]. Вона надає користувачеві алгебраїзовані моделі та дозволяє по суті підходити до вирішення завдань розрахунку не тільки лінійних, але й нелінійних систем [6-7]. Це є перспективним для аналізу нелінійного зварювального контуру, а також пристроїв для імпульсно-дугового зварювання.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. З метою моделювання електричних процесів у джерелах для дугового зварювання резонансного типу запропоновано використовувати диференційно-тейлорівське перетворення, яке суттєво спрощує обчислю-

вальні процедури для аналізу режимів та визначення основних параметрів вторинного контуру [7]. Суть цього методу полягає в перетворенні тимчасової безперервної функції оригіналу на функцію зображення від дискретного аргументу, коефіцієнти якої називаються дискретами. Точність одержаних результатів визначається кількістю дискрет, що використовуються на етапі аналізу зображень. Такий підхід, запропонований академіком Г. Є. Пуховим, розвинений у нашій роботі [3], де аналізується один із можливих варіантів такого пристрою для дугового зварювання. У цитованій роботі висвітлено основні перетворення сигналів у дузі, але не досліджуються процеси імпульсно-дугового зварювання.

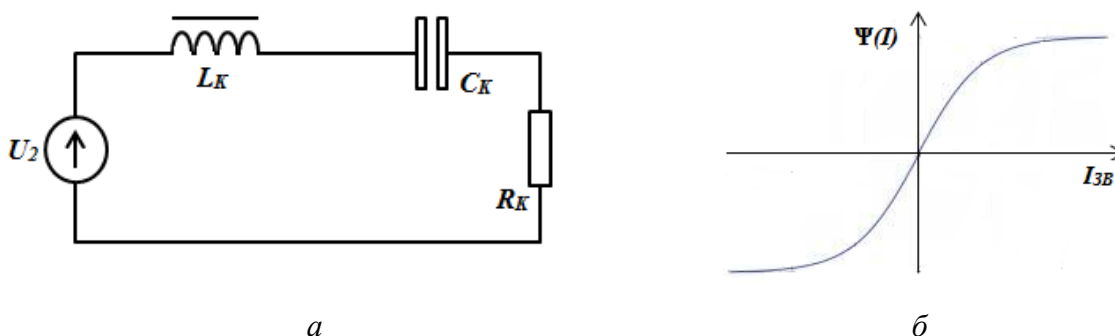
Метою дослідження є аналіз електромагнітних процесів в індуктивно-ємнісних перетворювачах з використанням диференціально-тейлорівського перетворення, що використовує явища нелінійного резонансу у вторинному контурі, який навантажений на формувач напруги.

Виклад основного матеріалу. Проведемо аналіз нелінійного зварювального контуру, схема якого відповідає рис. 1, а.

Рівняння, що описують електромагнітні процеси в такому електричному колі, можна подати таким виразом [7]:

$$\frac{d\Psi}{dt} + \frac{1}{C_K} [g_0 + \int_0^t I_{3B}(t)dt] + R_K I_{3B} = U_2(t), \quad (1)$$

де Ψ – потокозчеплення нелінійної індуктивності; g_0 – початковий заряд ємності контуру (зазвичай приймають $g_0 = 0$).



а б
Рис. 1. Формувач напруги зварювального контура (а) та характеристика нелінійної індуктивності (б)

Якщо залежність між потокозчепленням і струмом L_K відповідає кривій (рис. 1, б), то аналітично вона може бути представлена з достатньою точністю степеневим поліномом:

$$I_{3B} = a_1 \Psi + a_3 \Psi^3 + a_5 \Psi^5, \quad (2)$$

де a_1, a_3, a_5 – коефіцієнти полінома.

Якщо продиференціювати (1) по t і підставити в нього (2), то отримаємо нелінійне рівняння для потокозчеплення:

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} + \frac{a_1\Psi + a_3\Psi^3 + a_5\Psi^5}{C_K} + R_K(a_1 + 3a_3\Psi^2 + 5a_5\Psi^4) \frac{d\Psi}{dt} = \frac{dU_2}{dt}. \quad (3)$$

При дослідженні процесів у електричних колах, що містять нелінійну котушку з феромагнітним осердям, напругу на ній зазвичай визначають у вигляді:

$$U_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\Psi}{dI_{3B}} \cdot \frac{dI_{3B}}{dt} = L(I_{3B}) \frac{dI_{3B}}{dt}, \quad (4)$$

де $L(I_{3B}) = \frac{d\Psi}{dI_{3B}}$.

Зворотний перехід від зображення до оригіналів здійснюється на основі формули Тейлора. Стосовно зварювального струму вона має вигляд:

$$I_{3B}(t) = C_0 + \frac{t}{H} C_1 + \left(\frac{t}{H}\right)^2 C_2 + \dots = \sum_{k=0}^{k=n} \left(\frac{t}{H}\right)^k C_k, \quad (5)$$

де C_k – коефіцієнти ряду; t/H – безрозмірний аргумент, параметр H визначається радіусом збіжності ряду, дискретний аргумент $k = 0, 1, 2, \dots n$.

Переходячи від оригіналів до зображень у (3), отримаємо:

$$\begin{aligned} D^2\Psi(k) + R_k [a_1\psi(k) + 3a_3\Psi^2(k) + 5a_5\Psi^4(k)] D\Psi(k) + \\ + [a_1\Psi(k) + a_3\Psi^3(k) + a_5\Psi^5(k)] / C_k = DU_2(k) \end{aligned}, \quad (6)$$

де $\Psi(k) \Rightarrow \Psi(t)$ та $U_2(k) \Rightarrow U_2(t)$; знак (\Rightarrow) означає «є відображення», де $\psi(k)$ — тейлорівська одиниця. Символи D і D^2 в (6) відображають першу та другу T -похідну, вони визначаються такими виразами:

$$\begin{aligned} D\Psi(k) &= \frac{k+1}{H} \Psi(k+1), \quad DU_2(k) = \frac{k+1}{H} U_2(k+1), \\ D^2\Psi(k) &= \frac{(k+1)(k+2)}{H^2} \Psi(k+2). \end{aligned} \quad (7)$$

Якщо $U_2(t)$ є гармонічною функцією, яка зображує його, то T - функція має вигляд:

$$U_2(k) = \frac{(\omega H)^k}{k!} [U_2(s) \sin(\pi k / 2) + U_2(c) \cos(\pi k / 2)], \quad (8)$$

де $U_2(s), U_2(c)$ – амплітуди синусної та косинусної складових відповідно.

Використовуючи властивості диференціальних перетворень, конкретизуємо ДТ- модель (6) таким чином:

$$\begin{aligned} \frac{(k+1)(k+2)}{H^2} \Psi(k+2) + R_k a_1 \psi(k) \frac{k+1}{H} \Psi(k+1) + \\ + \sum_{l=0}^{l=k} \frac{k+1-l}{H} \Psi(k+1-l) \left[3a_3 \sum_{m=0}^{m=l} \Psi(l-m) \Psi(m) + 5a_5 \sum_{m=0}^{m=l} \Psi(l-m) \Psi^3(m) \right] + \\ + \left[a_1 \Psi(k) + a_3 \Psi^3(k) + a_5 \sum_{l=0}^{l=k} \Psi(k-l) \sum_{m=0}^{m=l} \Psi(l-m) \Psi^3(m) \right] / C_k = \\ = \frac{k+1}{H} U_2(k+1) \end{aligned}, \quad (9)$$

де $\Psi^3(k) = \sum_{l=0}^{l=k} \Psi(k-l) \sum_{m=0}^{m=l} \Psi(l-m) \Psi(m)$.

Враховуючи початкові умови $\Psi(0)=0$, знаходимо дискрети $\Psi(k)$, потім за допомогою останніх перейдемо до оригіналів $\Psi(t)$.

Знаходимо дискрети $I_{3B}(k)$ із формули (2), де I_{3B} представлено степеневим поліномом:

$$\begin{aligned} I_{3B}(k) &= a_1 \Psi(k) + a_3 \sum_{l=0}^{l=k} \Psi(k-l) \sum_{m=0}^{m=l} \Psi(l-m) \Psi(m) + \\ &+ a_5 \sum_{l=0}^{l=k} \Psi(k-l) \sum_{m=0}^{m=l} \Psi(l-m) \sum_{p=0}^{p=m} \Psi(m-p) \sum_{v=0}^{v=p} \Psi(p-v) \Psi(v) \end{aligned} \quad (10)$$

Знаючи початкову дискрету $I_{3B}(0) = i(0)$, знаходимо послідовно дискрети $I_{3B}(1)$, $I_{3B}(2), \dots, I_{3B}(n)$, визначимо $I_{3B}(t)$:

$$I_{3B}(t) = \sum_{k=0}^{k=n} \left(\frac{t}{H} \right)^2 I_{3B}(k). \quad (11)$$

Наведена формула (11) є основою визначення зварювального струму, формованого послідовним резонансним контуром $L_K C_K$. Він навантажений на вторинну обмотку трансформатора УТ, який узгоджує його з формувачем U_2 , що представлений на рис. 2. Дамо далі коротке пояснення роботи схеми цього формувача як основного елемента роботи зварювального пристрою.

При підвищенні напруги на індуктивності L_K осердя, на якому виконана котушка, входить у насичення та починається періодична зміна її індуктивності – режим параметричного генератора. Забезпечення в електричному колі резонансних умов, що визначають складання вимушених і вільних коливань, призводить до стрибкоподібного зростання напруги на конденсаторі. Тому струм у колі навантаження має ємнісний характер. Стабільний режим роботи параметричного генератора може мати місце лише у певному діапазоні ємностей C_K , що визначаються величиною L_K (рис. 2).

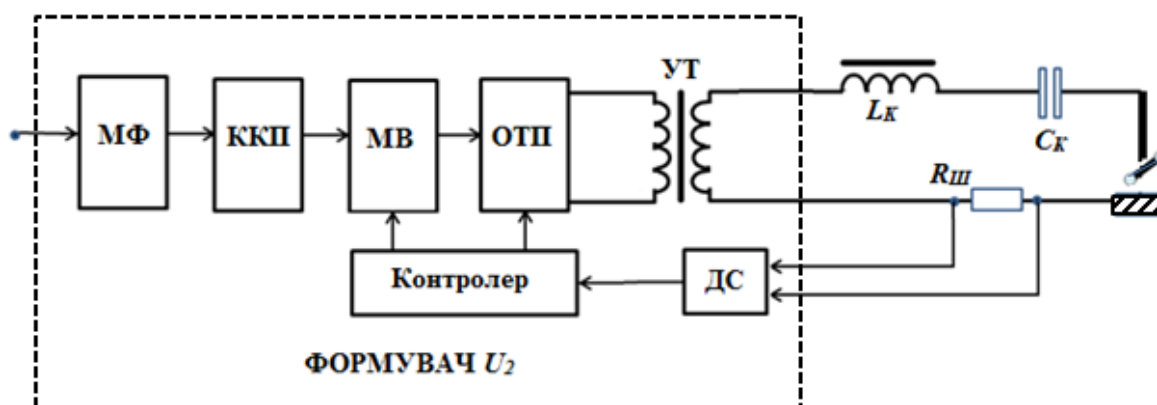


Рис. 2. Структурна схема пристрою:

МФ – мережевий фільтр; *ККП* – коректор коефіцієнта потужності;
МВ – мостовий випрямляч; *ОТП* – однотактний транзисторний перетворювач;
УТ – узгоджувачий трансформатор; *ДС* – датчик струму;
L_K, *C_K* – індуктивність та ємність контуру; *R_ш* – опір шунта;
ФОРМУВАЧ U_2 – формувач напруги

Проведено експериментальне дослідження розробленого макета пристрою для дугового зварювання. Дослідне наплавлення виконувалася на сталі 09Г2С електродами марки УОНИ-13/55 діаметром 4 мм фірми Моноліт (рис. 3). Використовувався режим динамічного горіння дуги на двох фіксованих частотах: рис. 3, а – 10 Гц і рис. 3, б – 100 Гц. Середні зварювальні струми в обох випадках відповідали величині 120 А. У всіх випадках процес зварювання протікав стабільно, без обривання дуги. Відбувалося якісне формування швів: валик рівномірний, з плавним переходом до основного металу і лускатістю, яка залежить від частоти струму. На частоті 10 Гц – великолускатий, а на 100 Гц – дрібнолускатий. Зміна лускатості може бути корисною при багатопрхідному зварюванні (наплавленні): внутрішні шви великолускаті – для міцного сплавлення з попереднім шаром, а облицювальні шви – дрібнолускаті.



а



б

Рис. 3. Зовнішній вигляд металу швів, отриманих у результаті експериментальних досліджень джерел живлення для імпульсно-дугового зварювання:
а) частота струму 10 Гц; б) частота струму 100 Гц

Висновки. Отримані аналітичні вирази для аналізу нелінійного резонансу в індуктивно-ємнісних перетворювачах дозволяють використовувати їх для побудови структур дугових джерел. Аналіз процесів у зварювальному контурі, який є нелінійним, з використанням методу диференціально-тейлорівського перетворення спрощує обчислювальні процедури визначення основних параметрів електричного кола, а саме, зварювального струму та напруги на дузі.

Результати експериментальної перевірки роботи джерела живлення зварювального струму на нелінійному індуктивно-ємнісному перетворювачі підтвердили високу стабільність горіння дуги, особливо при підвищеній частоті струму.

Список використаних джерел

1. Пухов, Г. Е. (1986). *Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов*. Киев, Наукова думка.
2. Пухов, Г. Е. (1990). *Дифференциальные спектры и модели*. Киев, Наукова думка.
3. Вертецкая, И. В., Коротынский, А. Е. (2017). Использование дифференциального тейлоровского преобразования для моделирования процессов в резонансных источниках питания. *Автоматическая сварка*, 5–6, 105–107.
4. Mashkov, O. A., Sobchuk, V. V., Barabash, O. V., Dakhno, N. B., Shevchenko, H. V., & Maisak, T. V. (2019). Improvement of variational-gradient method in dynamical systems of automated control for integro-differential models. *Mathematical Modeling and Computing*, 6(2), 344–357. <https://doi.org/10.23939/mmc2019.02.344>.
5. Ракушев, М., & Філатов, М. (2021). Визначення диференціально-тейлорівського спектру складної функції для випадку суперпозиції при аналізі точності динамічних систем. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*, 42(3), 25–30. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2021-42-3-25-30>.
6. Ракушев, М. Ю., Філатов, М. В. (2022). Розрахунок диференціально-тейлорівського спектру оберненої матриці та детермінанта при моделюванні динамічних систем. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*, 2(44), 5–9. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2022-44-2-5-9>.
7. Левитський, С. М. (2007). *Основи радіоелектроніки*. Київський університет.

References

1. Pukhov, G. E. (1986). *Dyfferentsyalnye preobrazovaniya y matematycheskoe modelyrovaniye fizycheskykh protsessov [Differential transformations and mathematical modeling of physical processes]*. Naukova dumka.
2. Pukhov, G. E. (1990). *Dyfferentsyalnye spektry i modeli [Differential spectra and models]*. Naukova dumka.
3. Vertetskaya, I. V., Korotynsky, A. E. (2017). Ispolzovaniye dyfferentsyalnogo teilorovskogo preobrazovaniya dlia modelirovaniya protsessov v rezonansnykh istochnykh pitaniya [Using differential Taylor transform to model processes in resonant power supplies]. *Avtomatycheskaya svarka – Automatic Welding*, 5–6, 105–107.
4. Mashkov, O. A., Sobchuk, V. V., Barabash, O. V., Dakhno, N. B., Shevchenko, H. V., Maisak, T.V. (2019). Improvement of variational-gradient method in dynamical systems of automated control for integro-differential models. *Mathematical Modeling and Computing*, 6(2), 344–357. <https://doi.org/10.23939/mmc2019.02.344>.
5. Rakushev, M. Yu., Filatov, M. V. (2021). Vyznachennia dyferentsialno-teilorivskoho spektru skladnoi funktsii dlia vypadku superpozytsii pry analizi tochnosti dynamichnykh system [Determination of the differential-taylor spectrum of a complex function for a variant of superposition in analysis of the accuracy of dynamic systems]. *Suchasni informatsiini tekhnologii u sferi bezpeky ta oborony – Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*, 3(42), 25–30. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2021-42-3-25-30>.
6. Rakushev, M. Yu., Filatov, M. V. (2022). Rozrakhunok dyferentsialno-teilorivskoho spektru obrnenoii matrytsi ta determinanta pry modeliuvanni dynamichnykh system [Calculation of the differential-taylor spectrum of the inverse matrix and the determinant in modeling dynamic systems]. *Suchasni informatsiini tekhnologii u sferi bezpeky ta oborony – Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*, 2(44), 5–9. DOI: <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2022-44-2-5-9>.
7. Levitsky, S. M. (2007). *Osnovy radioelektroniky [Basics of radio electronics]*. Kyiv University.

Дата першого надходження статті до видання: 05.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.03.2026

UDC 621.314

Oleksandr Korotynskiy¹, Anatoliy Zhernosekov², Iryna Vertetska³

¹Doctor in Technical Sciences, Head of the Laboratory in the Department of Pulse Processes and Arc Welding Technologies
Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kyiv, Ukraine)

E-mail: epis@ukr.net. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-6461-8980>

²Doctor in Technical Sciences, Head of the Department of Pulse Processes and Arc Welding Technologies
Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kyiv, Ukraine)

E-mail: zhernosekov@paton.kiev.ua. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-6404-2221>

Scopus Author ID: 6506774085

³lead software engineer of the Department of Pulse Processes and Arc Welding Technologies
Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kyiv, Ukraine)

E-mail: epis@ukr.net. **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-4971-7929>

DIFFERENTIAL TAYLOR TRANSFORMATION IN ANALYSIS OF THE OPERATION OF A POWER SOURCE FOR ARC WELDING

Arc welding occupies a leading place in the manufacture of various products and structures from a wide range of materials. Various types of combined and hybrid welding are also being developed: tandem, arc-laser, arc-plasma. Therefore, the development of power sources based on nonlinear resonance for arc welding is an important task. The use of the differential Taylor transformation for analyzing the operation of power sources for arc welding, made on the basis of inductive-capacitive converters, is quite promising for calculating the characteristics of power sources.

To simulate electrical processes in sources for arc welding of the resonant type, it is proposed to use the differential Taylor transformation, which significantly simplifies the computational procedures for analyzing modes and determining the main parameters of the secondary circuit. The essence of this method is to transform the temporal continuous function of the original into an image function of a discrete argument, the coefficients of which are called discrettes. The accuracy of the results obtained is determined by the number of discrettes used at the stage of image analysis.

The issue of using the differential Taylor transform to analyze the operation of power sources for arc welding, made on the basis of inductive-capacitive converters, is investigated. The prospects of this method of the analysis for calculating the characteristics of power sources based on nonlinear resonance are shown. The obtained analytical expressions for the analysis of nonlinear resonance in inductive-capacitive converters allow them to be used to build structures of arc sources. Analysis of processes in the welding circuit, which is nonlinear, using the differential Taylor transform method simplifies the computational procedures for determining the main parameters of the electric circuit, namely, the welding current and the voltage on the arc.

The results of experimental verification of the operation of the welding current power source on the nonlinear inductive-capacitive converter confirmed the high stability of arc burning, especially at increased current frequency.

Keywords: differential Taylor transform; arc welding; power source; inductive-capacitive converters; welding current; nonlinear welding circuit; nonlinear resonance.

Fig.: 3. References: 7.