

Тарас Павлович Бивойно¹, Павло Георгійович Бивойно²

¹старший викладач кафедри інформаційних технологій та програмної інженерії
Національний університет «Чернігівська політехніка» (Чернігів, Україна)

E-mail: tbivoyno@gmail.com. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6914-5441>. ResearcherID: [B-7478-2017](https://orcid.org/0000-0001-6914-5441)

²кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних та комп'ютерних систем
Національний університет «Чернігівська політехніка» (Чернігів, Україна)

E-mail: p.g.byvoyno@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8145-8459>. ResearcherID: [R-7447-2016](https://orcid.org/0000-0001-8145-8459)

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕХІДНОЇ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАСОБАМИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Розроблено інформаційну технологію аналізу перехідної поведінки системи масового обслуговування (СМО), що базується на методології ансамблевого усереднення траєкторій (за А. Лоу). В основі рішення лежить архітектура синхронного паралельного моделювання, яка трансформує сукупність стохастичних реалізацій у детерміновану функцію очікуваної довжини черги. Доведено, що для високонавантажених систем ($\rho \rightarrow 1$) визначальними факторами точності є обсяг ансамблю та тривалість спостереження. Ширина вікна усереднення має вплив тільки на визначення сталої часу швидкої експоненти й не повинна перевищувати її значення. Наукова новизна полягає у застосуванні двоекспоненційної регресії для уточнення моделі Одоні-Рота, що дозволило кількісно оцінити коефіцієнт інерційності (1,28 для $\rho = 0,8$). Запропонований підхід забезпечив для $\rho = 0,8$ похибку ідентифікації стаціонарного рівня $\sim 0,3\%$, та похибку часу релаксації $< 5\%$, що є критичним для оптимізації періоду «прогріву» (warm-up period) складних імітаційних моделей.

Ключові слова: імітаційне моделювання; системи масового обслуговування (СМО); перехідна поведінка (transient behavior); ансамблеве усереднення; Java; час релаксації; модель Одоні-Рота; період прогріву (warm-up period); нелінійна регресія.

Рис.: 5. Табл.: 4. Бібл.: 18.

Актуальність теми. Дослідження нестационарних режимів (перехідної поведінки) у системах масового обслуговування (СМО) є критично важливим, оскільки реальні системи часто функціонують в умовах мінливого навантаження, де стаціонарні характеристики не встигають сформуватися. Аналіз таких процесів дозволяє визначити час виходу системи на робочий режим, оцінити ризики перевантаження під час пікових сплесків трафіку та розробити ефективні стратегії управління ресурсами в реальному часі. Це особливо актуально для сучасних високошвидкісних мереж зв'язку, логістичних вузлів та хмарних сервісів, де ігнорування перехідних процесів призводить до значних похибок у прогнозуванні якості обслуговування.

Постановка проблеми. Попри значні успіхи в аналітичному дослідженні СМО, більшість класичних рішень для нестационарних режимів залишаються обмеженими вузьким класом систем (переважно Марківських). При переході до складних систем із довільними розподілами та ієрархічною структурою, аналітичний апарат стає надто громіздким або зовсім непридатним. Як альтернативу для визначення параметрів перехідної поведінки можна використати процедури ансамблевого та часового усереднення великої кількості реплікацій нестационарного процесу, які отримані шляхом імітаційного моделювання. Але для цього в імітаційній моделі потрібно об'єднати засоби фільтрації стохастичного шуму із засобами математичної обробки даних.

Таким чином, актуальним є завдання розробки інформаційної технології використання імітаційного моделювання для реалізації процедури ансамблевого та часового усереднення великої кількості реплікацій перехідної поведінки СМО і подальшої обробки даних з метою отримання детермінованої нелінійної функції регресії. Це дозволить об'єктивно ідентифікувати комплекс параметрів перехідної поведінки незалежно від структурної складності та стохастичних характеристик СМО.

Такий підхід є критично важливим для отримання достовірних оцінок динаміки складних реальних систем, що функціонують в умовах інтенсивного навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичний фундамент аналізу часових характеристик СМО закладено у роботах Л. Клейнрока [1], де визначено базові принципи функціонування систем у нестационарних режимах. Подальший розвиток аналітичних методів, зокрема у роботах L. Takács [2] та P. Leguesdron [3], дозволив отримати точні рішення стосовно залежності ймовірностей станів від часу, проте використання генеруючих функцій і перетворень Лапласа вимагає значних обчислювальних ресурсів і стає непрактичним для систем великої розмірності.

Сучасні дослідження (наприклад, [4]) спрямовані на пошук точних аналітичних розв'язків для нестационарних станів, проте вони вимагають застосування складного апарату диференціальних рівнянь, що обмежує їх впровадження в реальних інженерних системах. Підтвердження того, що аналітичні розв'язки для нестационарних станів залишаються громіздкими знаходимо у D. Gross та C. Harris [5], де систематизовано методи аналізу як стаціонарних, так і перехідних процесів у складних СМО.

Особливе місце в аналізі нестационарних режимів СМО посідають роботи А. Одоні та Е. Рот (A. Odoni, E. Roth) [6 - 8], які запропонували емпіричні наближення для оцінки часу релаксації (T_{rel}) у системах типу M/M/1, M/D/1 та M/E_k/1. Авторами обґрунтовано, що за високих рівнів завантаження ($\rho \rightarrow 1$) традиційні теоретичні оцінки суттєво занижують реальний час досягнення стаціонарного стану, що вимагає введення додаткових коефіцієнтів інерційності. Проте запропоновані ними формули базуються на спрощених апроксимаціях і не враховують складну структуру перехідної поведінки (наявність швидкої та повільної фаз релаксації). Це створює прогалину в ідентифікації точного моменту завершення періоду прогріву (*warm-up period*) для систем загального вигляду (G/G/n), де аналітичні константи невідомі. Вирішення цієї проблеми потребує розробки прецизійних засобів імітаційного моделювання, здатних забезпечити високу статистичну достовірність на перехідних ділянках траєкторій.

П. Велч [9] пропонує метод використання процедури ансамблевого усереднення та ковзного середнього для візуального аналізу виходу нестационарних процесів на стаціонарний режим. Цей метод детально описаний А. Лоу [10] і його можна використовувати як методологічний фундамент для дослідження перехідної поведінки шляхом моделювання. Проте існуючі популярні інструментальні засоби моделювання, такі як Matlab/Simulink, Simula, GPSS чи Simio [11 - 15], орієнтовані переважно на отримання стаціонарних характеристик. Ці інструменти не мають вбудованих засобів автоматичної прецизійної ідентифікації часу релаксації. Процедура визначення періоду «прогріву» (*warm-up period*) у них часто покладається на суб'єктивну оцінку дослідника або спрощені евристичні методи

Тому особливої уваги заслуговує удосконалене середовище імітаційного моделювання, що розроблено в національному університеті «Чернігівська політехніка» [16]. Базові принципи побудови систем імітаційного моделювання, закладені в цій роботі, стали підґрунтям для створення нашої підсистеми. На відміну від універсальних систем, середовище [16] дозволяє не тільки реалізовувати дискретно-подієве моделювання, але і гнучко інтегрувати модулі аналізу даних, що змінюються в модельному часі, що може було використано для реалізації методів регресійної ідентифікації перехідної поведінки.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Підґрунтя для вирішення проблеми ідентифікації параметрів перехідної поведінки у СМО незалежно від її структури та стохастичних характеристик існує. Це, зокрема, методика ансамблевого

усереднення [6, 7] та середовище імітаційного моделювання [16]. Але не існує інструментарію для автоматизації процесу дослідження перехідної поведінки, який би мав засоби фільтрації стохастичного шуму та засоби математичної обробки даних для отримання детермінованої нелінійної функції регресії. Це зумовлює необхідність розробки інформаційної технології, яка б об'єднала імітаційне моделювання з ідентифікацією параметрів перехідної поведінки на основі ансамблевого усереднення та нелінійної регресії.

Мета дослідження. Розробити інформаційну технологію імітаційного моделювання нестационарних режимів у СМО, яке буде об'єднувати засоби моделювання із засобами ансамблевого та часового усереднення великої кількості реалізацій нестационарного процесу та засобами статистичної обробки отриманих даних для визначення параметрів функції регресії. Створити інструментарій для реалізації запропонованої технології та дослідити його можливості. Провести тестування запропонованої технології шляхом визначення параметрів перехідної поведінки СМО $M/M/1/\infty$.

Виклад основного матеріалу.

Методика виділення перехідної поведінки зі стохастичного шуму. Традиційний підхід до дослідження перехідної поведінки (transient behavior) СМО передбачає аналіз динаміки зміни окремих станів системи. Оскільки довжина черги є інтегральною характеристикою, що відображає стан системи в цілому (або її окремих частин), доцільно обрати саме її розмір як основний об'єкт моніторингу. Для виявлення закономірностей нестационарного режиму застосовано метод ансамблевого усереднення (Ensemble Averaging), запропонований Averill Law у [7], що вимагає одночасного моделювання n ідентичних систем. Збільшення потужності ансамблю дозволяє нівелювати випадкові флуктуації та виділити детерміновану складову перехідного процесу.

Процедура обробки даних реалізована у два етапи:

1. Часове усереднення в межах кожної репліки. На інтервалі накопичення обчислюється середньозважений розмір черги за формулою (1):

$$\bar{q} = \sum_i (q_i * \tau_i) / \sum_i (\tau_i) \quad (1)$$

де \bar{q} – середнє значення черги на інтервалі накопичення; i – номер ділянки інтервалу накопичення, де черга незмінна, $i = 1, 2, 3, \dots$; q_i – розмір черги на ділянці, де черга незмінна; τ_i – довжина ділянки, де черга незмінна.

Цей крок фактично відповідає обчисленню інтеграла довжини черги за часом моделювання.

2. Ансамблеве усереднення. Отримані результати з усіх n паралельних моделей осереднюються для кожного кроку спостереження за формулою (2):

$$\bar{\bar{q}} = (\sum_j^n \bar{q}_j) / n \quad (2)$$

де $\bar{\bar{q}}$ – середня довжина черги за всіма реалізаціями моделі; n – кількість моделей, що працюють паралельно; j – номер моделі, $j = 1, 2, 3, \dots, n$; \bar{q}_j – середній розмір черги на інтервалі накопичення j -ї моделі.

Надійність отриманих оцінок у такому підході визначається переважно потужністю обчислювальної системи та обсягом вибірки n , що дозволяє досягати високої точності ідентифікації параметрів релаксації.

Математичні моделі ідентифікації параметрів перехідної поведінки. Аналіз результатів імітаційного моделювання системи $M/M/1$ шляхом ансамблевого усереднення візуально підтверджує гіпотезу про експоненціальний характер зміни середньої довжини черги на етапі виходу системи на стаціонарний режим. Така

емпірична закономірність узгоджується з теоретичними положеннями аналізу СМО (зокрема, зі спектральним розкладом), згідно з якими перехідна поведінка описується сумою експонент з домінуванням одного найменшого за модулем власного значення.

Перша модель для ідентифікації параметрів перехідної поведінки представлена нелінійною функцією регресії вигляду:

$$q(t) = q_{stat}(1 - e^{-t/\tau}) \quad (3)$$

де $q(t)$ – функція зміни очікуваної довжини черги в часі; q_{stat} – асимптотичне стаціонарне значення довжини черги; τ – стала часу, що визначає темп збіжності процесу.

Використання моделі (3) дозволяє перейти до об'єктивного обчислення характеристик нестационарного режиму і формалізувати критерій завершення перехідного періоду. Параметри q_{stat} та τ можна знайти шляхом апроксимації результатів ансамблевого усереднення за допомогою чисельних методів оптимізації, що забезпечує високу стійкість оцінок до випадкових флуктуацій. Час релаксації може бути визначений як $T_{rel} \approx (3...5)\tau$ (досягнення 95...99 % стаціонарного рівня).

Друга модель для ідентифікації параметрів перехідної поведінки являє собою суму двох експонент і має вигляд:

$$q(t) = q_{stat}(1 - a \cdot e^{-t/\tau_1} - (1 - a) \cdot e^{-t/\tau_2}). \quad (4)$$

Така структура моделі (4) забезпечує виконання початкової умови $q(t) = 0$, та містить чотири незалежні параметри ідентифікації: стаціонарне значення q_{stat} , ваговий коефіцієнт першої експоненти a , а також сталі часу τ_1 та τ_2 . Модель дозволяє врахувати вплив другої складової експоненціального спектрального розкладу та чітко виділити в перехідній поведінці швидку (початкове наповнення) та повільну (стохастична релаксація) складові. Слід зазначити, що в цьому випадку розрахунок часу релаксації є складнішим аналітичним завданням і безпосередньо залежить від отриманого співвідношення параметрів ідентифікації.

Засоби ідентифікації параметрів функцій регресії. Визначення параметрів для наведених математичних моделей (3, 4) реалізовано за допомогою спеціально розробленої підсистеми [17], яка надає можливість вибору цільової функції (мінімізація суми квадратів або абсолютних відхилень) та алгоритму пошуку. Поряд із методами координатного та градієнтного спуску, реалізовано гібридний метод з елементами генетичних алгоритмів. Хоча цей підхід є більш ресурсомістким і потребує більше часу на розрахунки порівняно з локальними методами, його використання є критично важливим для ідентифікації параметрів моделі, щоб забезпечуючи збіжність до глобального екстремуму, якщо наявні локальні мінімуми цільової функції, спричинені стохастичною природою даних та багатовимірністю простору пошуку.

Схема технології формування та обробки даних. Схему формування та обробки даних в запропонованій технології представлено на рисунку 1. TransExprManager є об'єктом однойменного візуального класу, який проводить і обробляє результати модельних експериментів з моделлю. Model – це сукупність моделей СМО типу QsModel, які працюють одночасно в часовому просторі об'єкта Dispatcher і створюються за допомогою фабрики моделей ModelFactory. У класі QsModel має бути конструктор, через який передається посилання на диспетчера й на об'єкт, з якого модель отримує свої параметри. Кожна з моделей має своєму складі чергу класу StoreForTrans. Такі об'єкти здатні усереднювати свій розмір у часі в межах вікна усереднення і взаємодіяти з об'єктом Monitor через інтерфейс ItransMonitorable, який передбачає реалізацію методів resetAccum() та getAccumAverage(). Це надає моніторові можливість реалізувати дискретизацію процесу та інтервальне усереднення.

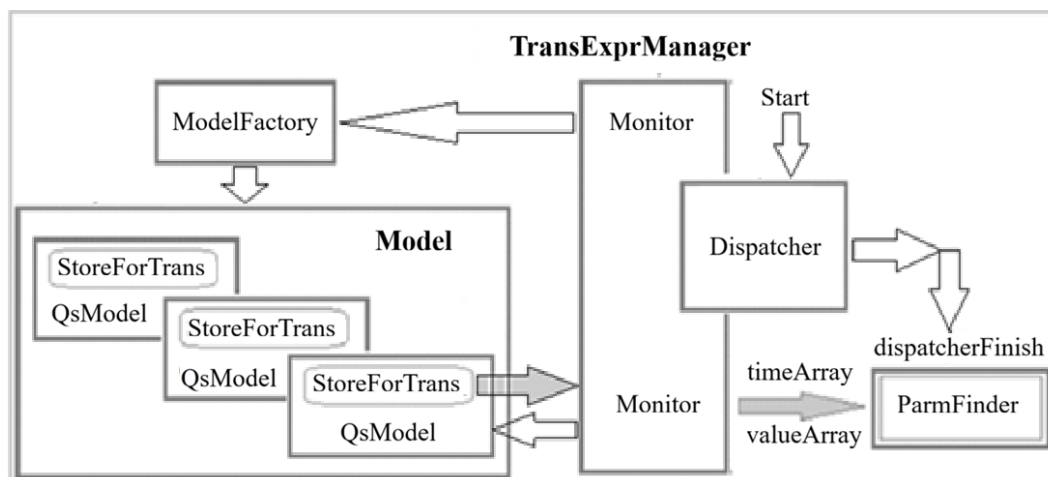


Рис. 1. Схема формування та обробки даних в запропонованій технології
Джерело: розроблено авторами.

Об'єкт Monitor забезпечує проведення імітаційного експерименту із сукупністю моделей. Це активний об'єкт працює під управлінням об'єкта Dispatcher, який забезпечує синхронізацію роботи ансамблю моделей і монітора. Monitor створює потрібну кількість моделей, які після створення починають працювати під керівництвом Dispatcher. Для спілкування з моделями монітор використовує інтерфейс ITransExprable з методами `initForTrans(double factor, double finishTime)` та `getMonitoringObjects()`. Через цей інтерфейс монітор передає налаштування моделі та отримує доступ до черги.

Monitor періодично опитує моделі й накопичує інформацію про середню довжину черги. Коли процес моделювання закінчується, Dispatcher формує подію DispatcherFinish. Ця подія активізує компонент ParmFinder, який знаходить параметри функції регресії для перехідного процесу. Для пошуку він використовує масив `valueArray`, який містять значення середньої довжини черг на інтервалах накопичення, та масив `timeArray` зі значеннями часу на середині інтервалів накопичення.

Програмна реалізація запропонованої технології. Для реалізації запропонованої технології мовою програмування Java було розроблено спеціалізований програмний застосунок на базі фреймворку Simulation [17], який є розвитком середовища імітаційного моделювання [15] та за функціональністю подібний до мови Simula [12]. Фреймворк базується на концепції дискретно-подієвого моделювання. Для опису об'єктів, що функціонують паралельно в часі, використовується поняття «активного об'єкта». Такими об'єктами можуть бути сервісні пристрої, агенти або транзакції, що мають власну часову поведінку. Для їх створення застосовується абстрактний клас Actor, нащадки якого мають реалізувати метод `rule()`, що визначає логіку функціонування об'єкта в часі.

Клас Actor надає доступ до методів, які забезпечують затримку виконання на певний час або до настання умови, визначеної через лямбда-функцію типу `BooleanSupplier`. Також передбачено комбінований механізм очікування, що триває до виконання умови, але не довше встановленого ліміту часу. Дані про умову та час активації зберігаються безпосередньо в полях активного об'єкта.

Клас Dispatcher синхронізує правила дій активних об'єктів та забезпечує просування модельного часу. Під час тестування підсистеми було виявлено «вузьке місце» – чергу очікування умов. Зі зростанням кількості паралельних моделей час експерименту зростає згідно з квадратичною залежністю. Для розв'язання цієї проблеми тип черги було змінено з `Queue` на `Set`, а логіку активних об'єктів оновлено: об'єкт-джерело події тепер передає диспетчеру посилання безпосередньо на потенційного отримувача. Це

дозволило змінити обчислювальну складність алгоритму з квадратичної на майже лінійну, хоча такий підхід і дещо ускладнює програмування правил дії активних об'єктів.

Графічний інтерфейс застосунку (рис. 2) надає можливість дозволяє досліджувати СМО типу $G/G/N/\infty$, налаштовувати параметри моделі та експерименту, обирати функцію регресії, а також візуалізувати перехідну поведінку моделі та лінії регресії. Крім графічного представлення, система виводить розраховані значення параметрів функції регресії.

Тестування інформаційної технології було проведено на моделі СМО типу $M/M/1/\infty$. На рисунку 2 представлено вигляд інтерфейсу користувача в режимі «Тест» із результатами моделювання перехідної поведінки для СМО типу $M/M/1/\infty$ з коефіцієнтом завантаження 0,6. Отримані експериментальні дані було оброблено за допомогою двох регресійних моделей: одноекспоненційної (3) та двоекспоненційної (4). Пошук параметрів функцій регресії здійснювався за допомогою алгоритму координатного спуску за критерієм мінімізації середньої абсолютної похибки (MAE).

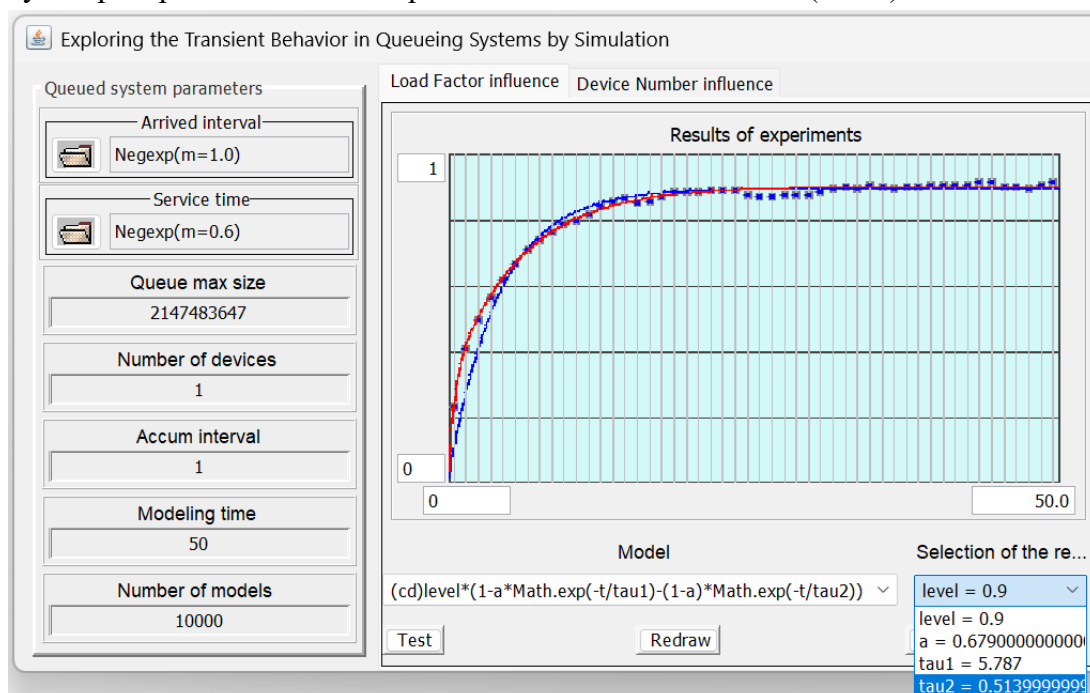


Рис. 2. Перехідна поведінка СМО $M/M/1/\infty$ з коефіцієнтом завантаження 0.6
(червоним – дві експоненти, синім – одна експонента)

Джерело: розроблено авторами.

На рис. 2 візуально зафіксовано, що двоекспоненційна функція (червона лінія) значно точніше відтворює характер перехідної поведінки, ніж одноекспоненційна (синя лінія), особливо на початковому етапі швидкого зростання черги. Об'єктивне порівняння показників MAE (0,00723 проти 0,01766) підтверджує перевагу двоекспоненційної чотирипараметричної моделі, яка дозволяє відокремити початкову динаміку від фази релаксації.

Аналіз факторів, що впливають на точність результатів моделювання. Оцінювання впливу параметрів експерименту на точність моделювання проведено на прикладі СМО $M/M/1/\infty$. Значення математичного очікування інтервалу між надходженнями вимог налаштовували таким, що дорівнює одиниці. Ця величина є базовою одиницею виміру часу в дослідженні. Такий підхід дозволяє уніфікувати результати, оскільки час релаксації системи та параметри дискретизації моніторингу визначені в умовних одиницях, що дозволяє перенесення результатів на системи з довільними часовими характеристиками.

Як математичну модель для перехідного процесу обрано формулу (4).

Для пошуку оптимальних параметрів функції регресії використано метод градієнтного спуску. Цільовою функцією обрано суму абсолютних відхилень регресійної моделі від експериментальних даних.

Для забезпечення необхідної точності моделювання необхідно проаналізувати вплив на результати таких параметрів експерименту, як час моделювання (T_{sim}); кількість паралельно працюючих моделей (N_{mod}), ширина вікна усереднення (Δt).

Дослідження впливу зазначених чинників на точність моделювання дозволить обґрунтовано вибрати їхнє значення для отримання результатів із заданою точністю при різних значеннях коефіцієнта завантаження СМО (ρ).

Дослідження впливу кількості паралельно працюючих моделей (розміру ансамблю) на точність результатів моделювання. Експерименти проводилися для коефіцієнта завантаження $\rho = 0,6$. Для планування тривалості експерименту T_{sim} використовувався теоретичний показник часу релаксації за Одоні та Рот: $T_R \approx 1/(1 - \sqrt{\rho})^2$, значення якого для завантаження $\rho = 0,6$ дорівнює $T_R \approx 20$. Спочатку значення T_{sim} налаштовували виходячи з міркувань, що на інтервалі T_R перехідний процес майже завершиться, а наступний інтервал такої самої довжини дозволить зафіксувати стає значення черги. Відповідно до цього встановлювалося $T_{sim} = 50$. Але експерименти показали, що за такий час стає значення черги q_{stat} не встигало досягнути теоретичного рівня. Навіть при 40 000 паралельних реалізацій значення q_{stat} у всіх експериментах залишалося на рівні 0,89 при теоретичному значенні 0,9. Тому було вирішено подвоїти час моделювання $T_{sim} = 100$. Ширина вікна усереднення дорівнювала середньому значенню інтервалу між появами вимог на вході, тобто одиниці.

Результати дослідження впливу розміру ансамблю на розмах експериментальних значень параметрів двоекспоненціальної моделі (τ_1, τ_2, a) представлено в табл. 1 і на рис. 3.

Таблиця 1 – Залежність консервативних оцінок параметрів двоекспоненційної моделі від кількості паралельних моделей (розміру ансамблю) для $\rho = 0,6$

Параметр процесу	Оцінки параметра	Кількість паралельних моделей N_{mod} , тисяч					
		1	5	10	20	30	40
Стала часу τ_1	верхня межа (max)	10,11	6,44	6,35	6,24	6,51	6,26
	середнє значення	7,66	5,98	6	6,08	6,2	6,04
	нижня межа (min)	5,67	5,44	5,75	5,83	5,83	5,71
	max – min	4,44	1	0,6	0,41	0,68	0,55
Стала часу τ_2	верхня межа (max)	1,22	0,81	0,75	0,68	0,75	0,47
	середнє значення	0,85	0,67	0,64	0,6	0,66	0,47
	нижня межа (min)	0,56	0,56	0,55	0,53	0,57	0,45
	max – min	0,37	0,25	0,2	0,15	0,18	0,02
Ваговий коефіцієнт для τ_1, a	верхня межа (max)	0,68	0,68	0,67	0,68	0,65	0,67
	середнє значення	0,63	0,65	0,66	0,66	0,66	0,67
	нижня межа (min)	0,53	0,63	0,65	0,65	0,66	0,66
	max – min	0,13	0,05	0,02	0,03	0,01	0,01
T_R за Одоні та Рот					19,70		
T_R експериментальне	верхня межа (max)	23,80	22,71	22,30	22,00	22,76	21,98
	середнє значення	20,41	20,86	20,99	21,25	21,24	21,24
	нижня межа (min)	20,41	18,85	20,02	20,5	20,30	19,97
	max – min	0,61	3,86	2,28	1,50	2,46	2,01

Джерело: розроблено авторами.

Для оцінки точності ідентифікації параметрів використовувався консервативний підхід: на основі аналізу 3 серій по 30 експериментів фіксувалися максимальні відхилення (граничні оцінки) отриманих значень. Такий підхід дозволяє гарантувати, що похибка ідентифікації у реальних умовах не перевищить наведених значень.

Для порівняння отриманих результатів з часом релаксації за моделлю Одоні та Рота (для $\rho = 0,6$ $T_R = 19,70$) на основі отриманих експериментальних даних було розраховано час виходу на стаціонарний режим. З урахуванням співвідношення між τ_1 та τ_2 ($\tau_1 \approx 6 \gg \tau_2 \approx 0,6$) для розрахунків було використано асимптотичне наближення. При $t > 3 \cdot \tau_2$ впливом швидкої компоненти $\exp(-t/\tau_2)$ можна знехтувати, що дозволяє визначити час досягнення 98 % сталого рівня черги за формулою (5):

$$1 - a \cdot e^{-t/\tau_1} = 0,98 \Rightarrow t_{98\%} = \tau_1 \cdot \ln(a/0,02) \tag{5}$$

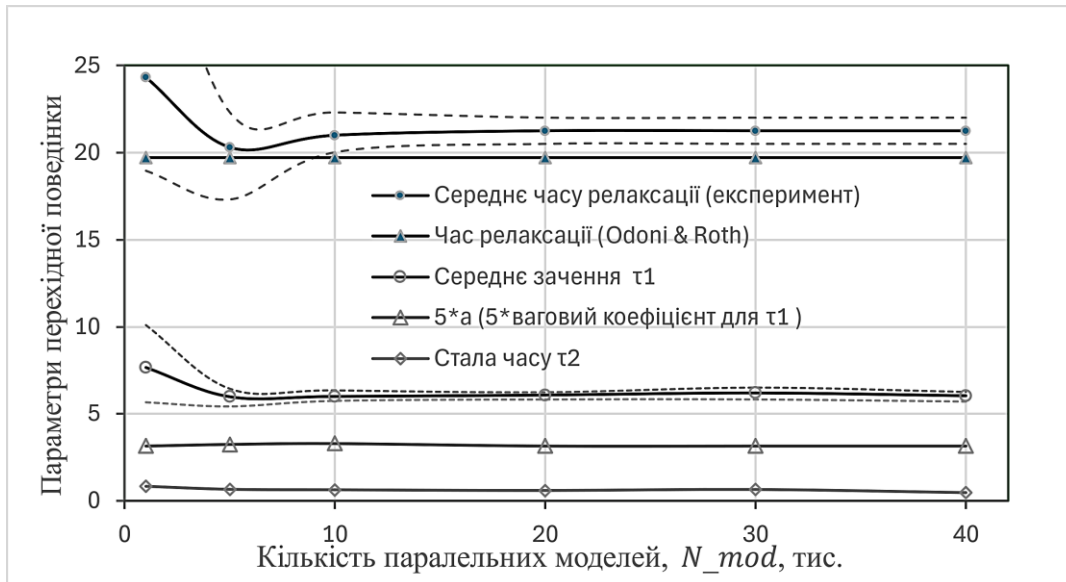


Рис. 3. Залежність консервативних оцінок параметрів перехідної поведінки від кількості паралельних моделей для СМО $M/M/1/\infty$ ($\rho = 0,6$; $T_{sim} = 100$)

Джерело: розроблено авторами

Дослідження збіжності результатів показало, що для завантаження $\rho = 0.6$ значення домінуючої сталої часу τ_1 та її вагового коефіцієнта a , від яких залежить час релаксації системи, стабілізуються уже при обсязі ансамблю $N_{mod} = 5\,000$. Подальше масштабування ансамблю до 40 000 паралельних моделей не призводить до суттєвої зміни ідентифікованих параметрів, що підтверджує високу стійкість розроблених алгоритмів.

На основі дослідження впливу обсягу ансамблю паралельних моделей (N_{mod}) на точність результатів встановлено, що при $N_{mod} = 10\,000$ та $T_{sim} = 100$ отримано такі показники точності ідентифікації:

- середній розмір черги у сталому режимі ($q_{stat} = 0,9$) визначено з точністю 0,5 %;
- домінуюча стала часу ($\tau_1 \approx 6,0$) ідентифікована з точністю 10 %;
- ваговий коефіцієнт домінуючої експоненти ($a \approx 0,65$) визначено з точністю 2 %;
- швидка стала часу ($\tau_2 \approx 0,6$) має похибку оцінки до 30 %.

Загальна точність оцінки часу релаксації становить 10 %, що безпосередньо корелює з точністю ідентифікації домінуючої сталої часу τ_1 .

Виявлено, що визначальний вплив на характер перехідної поведінки має експоненціальна складова з параметром τ_1 , оскільки її ваговий коефіцієнт ($a \approx 0,65$) $> 0,5$ а значення $\tau_1 \approx 6$ на порядок перевищує $\tau_2 \approx 0,6$. Стрімке зростання черги на початковому етапі, яке визначається параметром τ_2 при завантаженні $\rho = 0,6$ триває недовго (впродовж декількох перших інтервалів моніторингу). Саме короткою тривалістю цієї фази пояснюється відносно висока похибка оцінки τ_2 .

Теоретичне значення часу релаксації T_R за моделлю Одоні-Рот для $N_{mod} > 5\,000$ наближається до нижньої межі отриманих оцінок, але не перевищує його. Середнє

експериментальне значення стабільно перевищує теоретичне на 5 %. Це дозволяє припустити, що навіть при помірному завантаженні ($\rho = 0,6$) повна релаксація системи потребує часу, який у 1,05 рази перевищує показник T_R .

Результати дослідження впливу розміру ансамблю на експериментальне значення середнього розміру черги у сталому режимі показало, що отримані середні значення черги для $N_{mod} \geq 5\,000$ відповідали теоретичному значенню 0,9, при цьому розмах консервативних оцінок для q_{stat} дорівнював 0,00. Ці результати не відображені в табл. 1 і на рис. 3.

Дослідження впливу часу моделювання на точність результатів. Дослідження проводилося для системи М/М/1 з коефіцієнтом завантаження $\rho = 0,8$. Розмір ансамблю становив 20 000 паралельних моделей, а ширина вікна усереднення 2 од. часу. Критеріями оцінки обрано ширину довірчих інтервалів для середньої довжини черги у сталому режимі, домінуючої сталої часу перехідної поведінки τ_1 та вагового коефіцієнта (α) для домінуючої експоненти. Це параметри, які безпосередньо впливають на результат обчислення часу релаксації системи. Для кожного значення часу моделювання проводилося по три серії експериментів з 30 запусками моделі. Середні та граничні значення кожної трійки серій усереднювалися.

Результати обробки експериментальних даних для середньої довжини черги у сталому режимі представлено в табл. 2. Отримані дані порівнювали з теоретичним значенням середньої довжини черги у сталому режимі (\bar{Q}_{thr}), що розраховується за формулою: $\bar{Q}_{thr} = \rho^2 / (1 - \rho)$, де ρ – коефіцієнт завантаження системи.

Таблиця 2 – Оцінки впливу часу моделювання експериментальне сталі значення середньої довжини черги для $\rho = 0,8$ та $N_{mod} = 20\,000$

Кількість паралельних моделей	100	200	400	600	900	1200	1500	2000
Теоретичне значення \bar{Q}_{thr}	3,20							
Середнє значення	3,06	3,15	3,18	3,18	3,19	3,19	3,20	3,20
Ширина довірчого інтервалу	0,02	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01	0,00	0,00

Джерело: розроблено авторами.

Результати проведених експериментів свідчать про те, що отримані значення сталого значення черги поступово наближаються до теоретичного й починаючи з часу моделювання 1500 од. часу відрізняються від нього не більше ніж на 0,16 %. На рівні 1000 од. часу похибка становить ~0,3 %.

Результати обробки експериментальних даних для параметрів, що визначають динаміку перехідної поведінки представлено в табл. 3.

Таблиця 3 – Оцінки впливу часу моделювання на параметрів, що визначають динаміку перехідної поведінки для $\rho = 0,8$ та $N_{mod} = 20\,000$

Час моделювання, Tsim		100	200	400	600	900	1200	1500	2000
Час релаксації (експеримент)	середнє значення	82,85	100,17	106,55	109,64	114,87	115,50	115,06	115,28
	довірчий інтервал	2,80	2,28	5,63	3,88	3,32	3,70	2,61	2,68
Час релаксації по Odoni & Roth		89,7							
Стала часу τ_1	середнє значення	22,86	28,49	30,88	31,83	33,01	33,54	34,21	33,88
	довірчий інтервал	0,31	0,53	1,44	0,80	1,21	1,77	0,63	0,60
Ваговий коефіцієнт для τ_1 (α)	середнє значення	0,75	0,69	0,64	0,63	0,60	0,60	0,60	0,60
	довірчий інтервал	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01
Стала часу τ_2	середнє значення	2,22	3,21	4,08	4,19	4,65	4,93	4,71	4,71
	довірчий інтервал	0,18	0,19	0,27	0,30	0,32	0,35	0,22	0,31

Джерело: розроблено авторами.

Дослідження збіжності отриманих результатів показало, що для завантаження $\rho = 0,8$ значення часу релаксації, що отримано на підставі експериментальних даних, стабілізуються уже при часі моделювання 1000. Подальше збільшення часу моделювання до 2 000 одиниць часу не призводить до суттєвої зміни ідентифікованих параметрів.

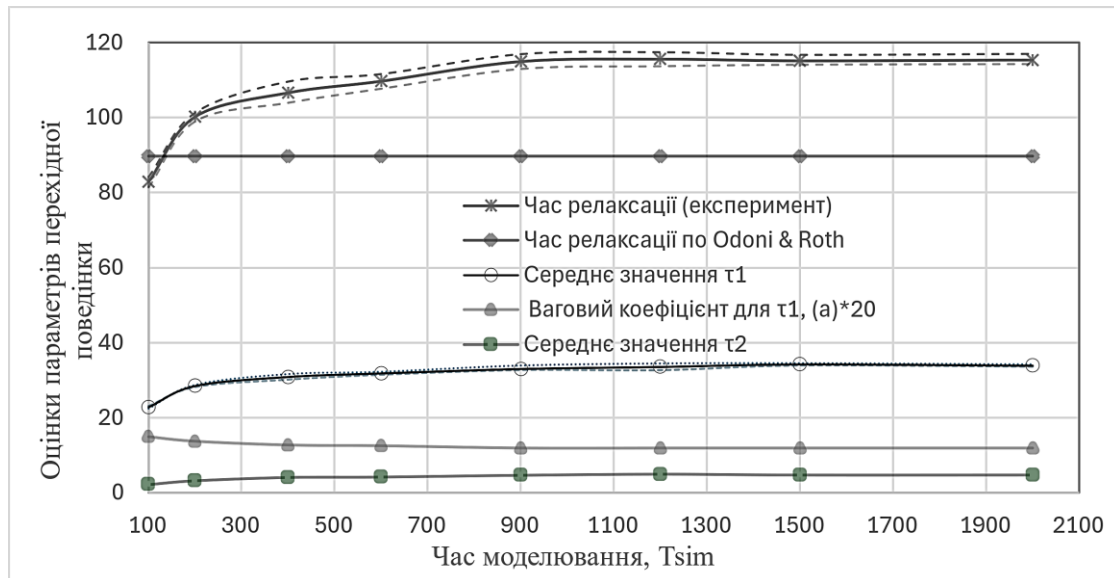


Рис. 4. Залежність параметрів перехідної поведінки від тривалості моделювання
Джерело: розроблено авторами.

На основі дослідження впливу часу моделювання на точність оцінки параметрів, що визначають динаміку перехідної поведінки, встановлено: при $\rho = 0,8$, $N_{mod} = 20\,000$ та $T_{sim} = 1500$ отримано такі показники точності ідентифікації:

- середній розмір черги у сталому режимі ($q_{stat} = 3,2$) визначено з точністю 0,16 %;
- домінуюча стала часу ($\tau_1 \approx 34,2$) ідентифіковано з точністю 2 %;
- ваговий коефіцієнт домінуючої експоненти ($a \approx 0,60$) визначено з точністю 2 %;
- швидка стала часу ($\tau_2 \approx 4,7$) оцінено з похибкою до 5 %.

Визначальний вплив на характер перехідної поведінки має експоненціальна складова з параметром τ_1 , оскільки її ваговий коефіцієнт ($a \approx 0,60$) перевищує 0,5, а значення $\tau_1 \approx 34,2$ суттєво більше за $\tau_2 \approx 4,7$. Стрімке зростання черги, яке визначається параметром τ_2 , триває ~ 10 одиниць часу.

Оцінки часу релаксації обчислювалися за формулою (5) на підставі середнього та граничних значень сталої часу τ_1 та вагового коефіцієнта a . Загальна точність оцінки часу релаксації становить 2,3 %. Розраховані значення суттєво перевищують теоретичне значення часу релаксації T_R за моделлю Одоні – Рот. для $N_{mod} = 20\,000$ та часу моделювання 5000 отримано середнє експериментальне значення $Tr_{exp} = 115,1$, що у 1,28 рази перевищує теоретичне значення $T_R = 89,7$.

Отриманий результат підтверджує необхідність застосування мультиплікатора (коефіцієнта інерційності) при розрахунку часу релаксації за моделлю Одоні–Рот. Слід зазначити: хоча автори вказували на перевищення реального часу стабілізації над розрахункови, у їхніх працях відсутній конкретний чисельний коефіцієнт для цього відхилення. Використання розробленої системи моделювання на надвеликих ансамблях траєкторій дало змогу вперше кількісно визначити це співвідношення.

Дослідження впливу ширини вікна усереднення на точність результатів. Попередні дослідження з використанням одноекспоненційної моделі показали, що ширина вікна усереднення не впливає на визначення параметрів експоненти, якщо

ширина вікна знаходиться в межах від 1 до 10 значень середньої тривалості обслуговування заявки. Однак експерименти з двоекспоненціальною моделлю виявили великі похибки визначення сталої часу швидкої експоненти τ_2 (30 %) для коефіцієнта завантаження $\rho = 0,6$, що можна пояснити короткою тривалістю швидкої фази. Експериментально отримане значення $\tau_2 = 0,6$ означає, що швидка фаза завершується за ~ 2 од. часу, тоді як ширина вікна усереднення в експерименті дорівнювала одиниці. При таких налаштуваннях для оцінки τ_2 використовувалося тільки 2 експериментальні точки. Для $\rho = 0,8$ значення $\tau_2 \approx 34$, а інтервал усереднення $\Delta t = 2$. У цьому випадку для оцінки τ_2 використовувалося 17 точок і похибка становила тільки 5 %.

Для з'ясування впливу ширини вікна на усереднене значення τ_2 були проведені експерименти для коефіцієнта завантаження $\rho = 0,6$, часу моделювання $T_{sim} = 100$ та обсягу ансамблю 20 000 паралельних моделей. Для кожного значення часу моделювання проводилося по три серії експериментів з 30 запусками моделі. Середні та граничні значення кожної трійки серій усереднювалися. Результати експериментів наведені в табл. 4 та на рис. 5. У таблиці і на рисунку не показані значення середньої довжини черги у сталому режимі. У всіх експериментах це значення відповідало теоретичному 0,90.

Таблиця 4 – Оцінка впливу ширини вікна усереднення Δt на параметри перехідної поведінки для коефіцієнта завантаження $\rho = 0,6$

Tsim	0,1	0,2	0,25	0,37	0,5	0,75	1	2
Верхня межа τ_1	6,08	6,18	6,15	6,12	6,14	6,21	6,17	6,41
Зачення τ_1	6,00	6,10	6,07	6,06	6,07	6,11	6,12	6,33
Нижня межа τ_1	5,92	6,02	5,99	6,01	6,02	6,03	6,06	6,28
Верхня межа τ_2	0,50	0,5	0,51	0,53	0,51	0,52	0,63	0,88
Зачення τ_2	0,47	0,48	0,49	0,50	0,49	0,51	0,61	0,86
Нижня межа τ_2	0,45	0,46	0,46	0,48	0,46	0,5	0,59	0,83
Верхня межа a	0,66	0,66	0,65	0,65	0,65	0,65	0,64	0,62
Зачення a	0,66	0,65	0,65	0,64	0,64	0,64	0,63	0,62
Нижня межа a	0,65	0,65	0,64	0,64	0,64	0,63	0,62	0,61

Джерело: розроблено авторами.

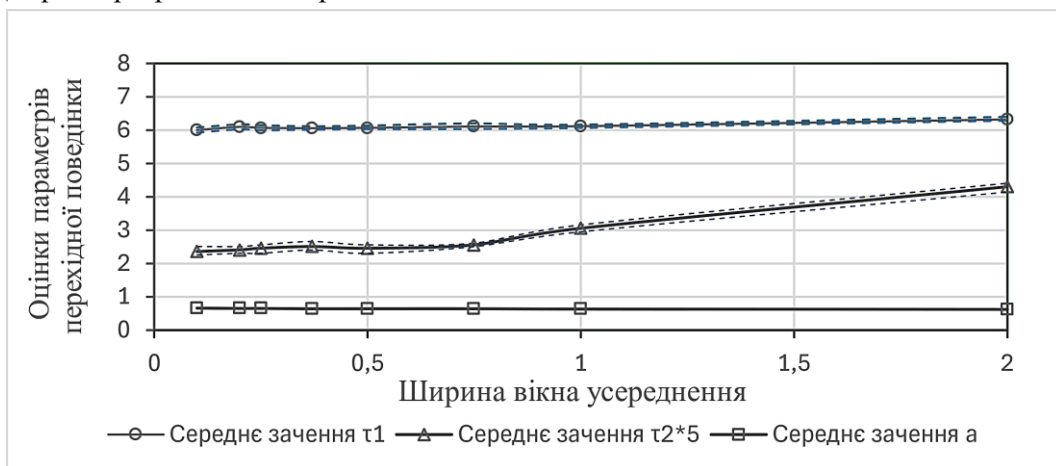


Рис. 5. Результати дослідження впливу ширини вікна усереднення на параметри перехідної поведінки

Джерело: розроблено авторами.

Як свідчать результати експериментів, ширина вікна усереднення Δt даних практично не впливає на значення домінантної сталої часу τ_1 та вагового коефіцієнта a . Так само і τ_2 практично не змінюється до значення $\Delta t = 0,75$. Проте подальше збільшення Δt призводить до швидкого збільшення значення τ_2 .

Рекомендації щодо вибору параметрів експерименту. Проведені дослідження надають можливість сформулювати орієнтовні рекомендації щодо налаштувань параметрів експериментів для СМО М/М/1/∞ залежно від коефіцієнта завантаження:

– обсяг ансамблю паралельних моделей має бути не менше 5000, але збільшення розміру ансамблю $> 20\,000$ не призводить до суттєвого збільшення точності;

– часу моделювання залежить від коефіцієнта завантаження системи і його можна вибирати орієнтуючись на час релаксації системи T_R за Одоні – Рот. Для $\rho = 0,6$ можна вважати достатнім $T_{sim} = 75$. Для $\rho = 0,8$ потрібно $T_{sim} = 1000$. На основі цих даних можна оцінити час моделювання, що потрібен для інших коефіцієнтів завантаження;

– ширину вікна усереднення слід вибирати таким чином, щоб на початковому етапі отримати достатньо точок для фіксації періоду «розгону», який триває $\approx 3 \cdot \tau_2$. Орієнтовне значення τ_2 можна оцінити як $T_R/30$.

Обчислювальна складність та продуктивність. Програмну реалізацію системи виконано на платформі Java (JVM), що забезпечує кросплатформеність та високу швидкість обробки об'єктно-орієнтованих структур даних. Експерименти проводилися на ПК з процесором Intel Core i3-10100 (3,60 GHz) та обсягом оперативної пам'яті 8,00 ГБ. Визначено, що такі апаратні ресурси дають змогу моделювати ансамблі до 40 000 паралельних моделей включно (не менше 80 000 потоків). При збільшенні кількості моделей до 50 000 епізодично виникали критичні помилки нестачі пам'яті (*Out of Memory*). Більшість експериментів, результати яких наведено в роботі, проводилися для вибірок до 20 000 моделей. Це підтверджує можливість проведення досліджень перехідної поведінки СМО на персональних комп'ютерах стандартної конфігурації без залучення спеціалізованих обчислювальних кластерів.

Емпірично встановлено, що час виконання експерименту має лінійну залежність від кількості працюючих моделей та тривалості моделювання. Один повний прогін ансамблю (20 000 моделей на 1200 одиниць часу) триває близько 11 хвилин. Це характеризує ефективність програмної реалізації та здатність системи обробляти значні масиви стохастичних подій у реальному часі.

Висновки. Розроблено інформаційну технологію для дослідження перехідної поведінки систем масового обслуговування (СМО) засобами імітаційного моделювання. Інструментарій реалізовано на платформі Java, що надало можливість ефективно застосувати механізми багатопотоковості для паралельного функціонування ансамблю імітаційних моделей та забезпечити високу портативність системи.

Запропоновано методику синхронного моніторингу ансамблю моделей у єдиному часовому просторі, де параметри дискретизації обчислюються у частках від математичного очікування інтервалу між надходженнями заявок. Це забезпечує інваріантність отриманих результатів відносно інтенсивності вхідного потоку. Ідентифікація параметрів перехідної поведінки здійснюється шляхом двоєкспоненціальної апроксимації агрегованих даних, що надало можливість вперше отримати параметризовану модель динаміки (τ_1 , τ_2 , a). Така модель дає змогу виділити фазу швидкого початкового зростання (τ_2) та домінуючу фазу повільної релаксації (τ_1), яка визначає загальну тривалість перехідного процесу.

Процес проведення експериментів автоматизовано. Підсистема ідентифікації дозволяє обирати математичні моделі апроксимації, алгоритми та цільові функції оптимізації, а також налаштовувати закони розподілу вхідного потоку та часу обслуговування. Це забезпечує об'єктивну оцінку перехідних характеристик та надає можливість досліджувати структуру процесів у складних системах класу G/G/n.

Встановлено, що ключовими чинниками забезпечення точності ідентифікації є обсяг ансамблю паралельних моделей та загальна тривалість спостереження. Експериментально підтверджено, що вплив ширини вікна усереднення суттєво впливає

на оцінку швидкої складової перехідної поведінки. Сформовано рекомендації щодо раціонального вибору параметрів імітаційного моделювання.

Проведений аналіз перехідної поведінки (*transient behavior*) системи M/M/1 дозволив ідентифікувати її критичні часові характеристики. Отримані значення середньої довжини черги при коефіцієнтах завантаження 0,6 та 0,8 повністю узгоджуються з теоретичними показниками, що підтверджує адекватність побудованої моделі та надійність розробленого програмно-методичного забезпечення. Вузкий довірчий інтервал [3,19; 3,20] (для $\rho = 0,8$) підтверджує здатність інструментарію забезпечувати стійку верифікацію характеристик релаксації СМО.

Застосування двоєкспоненціальної регресії до результатів ансамблевого усереднення дало змогу отримати комплексні параметри динаміки (τ_1 , τ_2 , a) та визначити час релаксації (*relaxation time*) системи до 98 % рівня, який становить 115 одиниць часу при $\rho = 0,8$. Це дозволило кількісно оцінити коефіцієнт інерційності для системи M/M/1 при $\rho = 0,8$, який дорівнює 1,28. Це значення є експериментальним уточненням асимптотичних оцінок Одоні-Рота для умов високої інтенсивності запитів.

Наукова новизна результатів дослідження у наступному:

- вперше запропоновано поєднання архітектури масштабного паралельного моделювання (ансамбль із 20 000 траєкторій) із методом адаптивного моніторингу станів, що дало змогу ідентифікувати характеристики перехідної поведінки СМО з високою статистичною достовірністю;

- дістав подальший розвиток підхід до уточнення класичних асимптотичних оцінок часу релаксації (модель Одоні та Рота) шляхом застосування двоєкспоненціальної функції регресії. Це дозволило розділити фази «наповнення» та «стохастичної стабілізації» для систем M/M/1 та систем загального вигляду (G/G/n);

- доведено, що використання ансамблевого моделювання забезпечує похибку ідентифікації часу релаксації менше 1% при помірних навантаженнях та не більше 5% в умовах високої інтенсивності запитів ($\rho \rightarrow 1$), де традиційні аналітичні методи мають суттєві відхилення;

- вперше кількісно оцінено значення коефіцієнта інерційності для системи M/M/1 при $\rho = 0,8$, який становить 1,28, що є експериментальним уточненням теоретичних припущень про нелінійне зростання часу стабілізації при наближенні до критичних завантажень.

Заява про використання генеративного ШІ та технологій на основі ШІ у процесі написання тексту статті.

Для підвищення якості рукопису автори застосували інструменти на основі штучного інтелекту з метою усунення стилістичних та граматичних помилок. Весь згенерований або модифікований контент був ретельно перевірений, відредагований та схвалений авторами, які несуть повну відповідальність за остаточний зміст публікації.

Список використаних джерел

1. Kleinrock, L. (1975). *Queueing systems, volume 1: Theory*. Wiley-Interscience.
2. Takács, L. (1962). *Introduction to the theory of queues*. Oxford University Press.
3. Leguesdron, P. (1993). Transient analysis of the M/M/1 queue. *Advances in Applied Probability*, 25(3), 702–713.
4. Adan, I., & Boon, M. (2021). *Queueing theory: Notes*. Eindhoven University of Technology.
5. Gross, D., Harris, C. M., Shortle, J. F., & Thompson, J. M. (2018). *Fundamentals of queueing theory* (5th ed.). John Wiley & Sons.
6. Roth, E. (1981). *An investigation of the transient behavior of stationary queueing systems* (Report No. R81-4). Massachusetts Institute of Technology, Flight Transportation Laboratory.
7. Odóni, A. R., & Roth, E. (1983). An empirical investigation of the transient behavior of stationary queueing systems. *Transportation Science*, 17(3), 307–346. <https://doi.org/10.1287/trsc.17.3.307>.

8. Roth, E., & Odoni, A. R. (1983). An empirical investigation of the transient behavior of stationary queueing systems. *Operations Research*, 31(3), 432–455. <https://doi.org/10.1287/opre.31.3.432>.
9. Welch, P. D. (1983). The statistical analysis of simulation results. In S. S. Lavenberg (Ed.), *The computer performance modeling handbook* (pp. 268–315). Academic Press.
10. Law, A. M. (2014). *Simulation modeling and analysis*. McGraw-Hill Education.
11. Dabney, J. B., & Harman, T. L. (2004). *Mastering Simulink*. Prentice Hall.
12. Pooley, R. (2018). *An introduction to programming in Simula*. <https://portablesimula.github.io>
13. Schriber, T. J. (1991). *An introduction to simulation using GPSS/H* (2nd ed.). Wiley.
14. Simio. (n.d.). *Digital twin simulation software*. <https://www.simio.com>.
15. Бивойно, П. Г., Казимир, В. В., Соломаха, В. В., & Твердюков, І. Б. (2000). Удосконалене середовище імітаційного моделювання. *Вісник Чернігівського державного технологічного університету*, (10), 163–169.
16. Byvoyno, T. P., & Zaitsev, S. P. (2026). Multifunctional subsystem for regression function parameter search. *Technical Sciences and Technologies* (submitted).
17. SimulationFramework. (2025). *Simulation framework* [Software]. https://gitlab.com/pavlo_byvoyno/systemsimulation/blob/main/Simulation%20Framework/Simulation23.jar.
18. TransProcSimulation. (2025). *TransProcSimulation* [Software]. https://gitlab.com/pavlo_byvoyno/systemsimulation/blob/main/Simulation%20Framework/Simulation23.jar.

References

1. Kleinrock, L. (1975). *Queueing systems, volume 1: Theory*. Wiley-Interscience.
2. Takács, L. (1962). *Introduction to the theory of queues*. Oxford University Press.
3. Leguesdron, P. (1993). Transient analysis of the M/M/1 queue. *Advances in Applied Probability*, 25(3), 702–713.
4. Adan, I., & Boon, M. (2021). *Queueing theory: Notes*. Eindhoven University of Technology.
5. Gross, D., Harris, C. M., Shortle, J. F., & Thompson, J. M. (2018). *Fundamentals of queueing theory* (5th ed.). John Wiley & Sons.
6. Roth, E. (1981). *An investigation of the transient behavior of stationary queueing systems* (Report No. R81-4). Massachusetts Institute of Technology, Flight Transportation Laboratory.
7. Odoni, A. R., & Roth, E. (1983). An empirical investigation of the transient behavior of stationary queueing systems. *Transportation Science*, 17(3), 307–346. <https://doi.org/10.1287/trsc.17.3.307>.
8. Roth, E., & Odoni, A. R. (1983). An empirical investigation of the transient behavior of stationary queueing systems. *Operations Research*, 31(3), 432–455. <https://doi.org/10.1287/opre.31.3.432>.
9. Welch, P. D. (1983). The statistical analysis of simulation results. In S. S. Lavenberg (Ed.), *The computer performance modeling handbook* (pp. 268–315). Academic Press.
10. Law, A. M. (2014). *Simulation modeling and analysis*. McGraw-Hill Education.
11. Dabney, J. B., & Harman, T. L. (2004). *Mastering Simulink*. Prentice Hall.
12. Pooley, R. (2018). *An introduction to programming in Simula*. <https://portablesimula.github.io>
13. Schriber, T. J. (1991). *An introduction to simulation using GPSS/H* (2nd ed.). Wiley.
14. Simio. (n.d.). *Digital twin simulation software*. <https://www.simio.com>.
15. Byvoyno, P. G., Kazymyr, V. V., Solomakha, V. V., & Tverdiukov, I. B. (2000). Udoskonalene seredovyshe imitatsiinoho modeliuvannia [Advanced simulation environment]. *Visnyk Chernihivskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu – Bulletin of the Chernihiv State University of Technology*, (10), 163–169.
16. Byvoyno, T. P., & Zaitsev, S. P. (2026). Multifunctional subsystem for regression function parameter search. *Technical Sciences and Technologies* (submitted).
17. SimulationFramework. (2025). *Simulation framework* [Software]. https://gitlab.com/pavlo_byvoyno/systemsimulation/blob/main/Simulation%20Framework/Simulation23.jar.
18. TransProcSimulation. (2025). *TransProcSimulation* [Software]. https://gitlab.com/pavlo_byvoyno/systemsimulation/blob/main/Simulation%20Framework/Simulation23.jar.

Дата першого надходження статті до видання: 12.02.2026
 Дата прийняття статті до друку після рецензування: 05.03.2026

Taras Bivoino¹, Pavlo Byvoino²

¹Senior Lecturer of the Department of Information Technology and Software Engineering
Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: tbivoyno@gmail.com. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6914-5441>. ResearcherID: B-7478-2017

² PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Information and Computer Systems
Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: p.g.byvoino@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8145-8459>. ResearcherID: R-7447-2016

INFORMATION TECHNOLOGY FOR DETERMINING TRANSIENT BEHAVIOR PARAMETERS IN QUEUING SYSTEMS VIA SIMULATION MODELING

This study focuses on developing information technology for analyzing the transient behavior of queueing systems, particularly non-Markovian, multichannel, or heavily loaded systems. Existing methods for estimating relaxation time exhibit certain gaps when applied to systems with arbitrary stochastic characteristics, multi-phase service, or a large number of service channels. The goal of this work is to develop information technology for investigating the dynamics of these complex systems using simulation modeling.

The research methodology is based on ensemble averaging (as proposed by A. Law), which transforms the stochastic trajectories of individual models into a deterministic function representing the expected queue length over time. Parameter identification is performed using double exponential approximation of the aggregated data. This approach yields a parameterized model of relaxation dynamics (τ_1 , τ_2 , a) and a predicted steady-state queue length. This method enables the automation of the monitoring process.

A technology for data generation and processing is proposed, which is implemented in a software application based on the original Simulation framework, which significantly simplifies the implementation of discrete-event simulation models in Java. The technology involves the implementation of synchronous parallel simulation using a mechanism for averaging queue length both across time intervals and across the ensemble of realizations. Specialized software tools were developed to capture transient behavior with a sampling step defined in fractions of dimensionless time. The toolkit allows for the use of both single and double exponential mathematical models to interpret transient processes, employing various optimization criteria to determine regression function parameters.

It was experimentally established that the primary factors determining identification accuracy are the system utilization (ρ), the ensemble size (number of parallel models), and the total observation time. Conversely, the width of the averaging window was found to have a minimal impact on the results if it does not exceed the smaller time constant of the double exponential model.

The developed technology was verified using a benchmark $M/M/1/\infty$ model. Experimental results were validated against the theoretical steady-state queue length and the relaxation time calculated using the refined Odoni-Roth model. At high loads ($\rho = 0.8$), the deviation of the experimental steady-state values from theoretical ones did not exceed 0.3%.

The scientific novelty lies in the combination of a large-scale parallel simulation architecture with a normalized state monitoring method, enabling the identification of transient characteristics with a predefined precision. A double exponential regression approach is applied for the first time to quantitatively refine the inertia coefficient of queueing systems. It is proved that by scaling the number of parallel realizations (up to 20,000), the identification error of the transient period can be reduced below 5% even under heavy traffic conditions ($\rho \rightarrow 1$), where traditional analytical methods often fail. The study provides the first quantitative determination of the inertia coefficient for an $M/M/1/\infty$ system at $\rho = 0.8$, which was found to be 1.28 relative to the theoretical relaxation time. The developed technology and proposed toolkit serves as a universal means for evaluating the transient behavior of complex $G/G/n$ systems, automating the determination of the optimal warm-up period in simulation experiments.

Keywords: discrete-event simulation, queueing systems (QS), transient behavior, ensemble averaging, Java, relaxation time, Odoni-Roth model, warm-up period, nonlinear regression.

Fig.: 5. Table: 4. References: 18.